



TOURNOI MATHÉMATIQUE DU LIMOUSIN

IREM, 123 avenue Albert Thomas
87060 Limoges CEDEX

Le plaisir de chercher

2025

Mardi 21 janvier
TOURNOI dans les classes de lycée

Samedi 24 mai
REMISE DES PRIX
sous la présidence de Madame la Rectrice

Le Tournoi Mathématique du Limousin a été créé par :

- la Régionale de Limoges de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public ;
- le Département de Mathématiques de la Faculté des Sciences et Techniques de Limoges ;
- l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Limoges ;
- l'Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques de Limoges.

Quelques recommandations :

Vous pouvez parler avec votre équipier, mais ... **sans faire de bruit.**

Pensez qu'il faut **justifier** vos réponses.

Les calculatrices sont autorisées mais pas les ordinateurs.

Chaque équipe remet une seule copie. **Écrivez en majuscules vos noms et prénoms** en tête de la copie, ainsi que **votre classe**, votre éventuelle **spécialité mathématique** et le nom de **votre établissement**.

Le corrigé du Tournoi Mathématique du Limousin sera disponible sur le site de l'IREM de Limoges : <https://www.irem.unilim.fr/tournoi.html>

Des sommes égales à 99 et à 999

On place des chiffres compris entre 1 et 9 dans une grille 2x3 de façon que la somme des deux entiers lus horizontalement soit 999 et que la somme des trois entiers lus verticalement (de haut en bas) soit 99.

- 1) Vérifiez que la grille ci-contre convient.
- 2) Quel est le plus petit nombre que l'on peut lire sur la première ligne d'une grille vérifiant ces conditions ?
- 3) Donnez une grille formée de 6 chiffres distincts vérifiant ces conditions. Combien en existe-t-il ?
- 4) Combien existe-t-il de grilles vérifiant ces conditions (on ne suppose plus les chiffres distincts) ?

2	4	2
7	5	7

Pyramide limousine

Une pyramide de nombres est un empilement de cases carrées contenant chacune un nombre entier strictement positif, de telle sorte que le nombre contenu dans une case soit la somme des nombres situés dans les deux cases juste en dessous.

La figure ci-contre est une pyramide de nombres de hauteur trois.

Par convention, on impose que l'entier en bas à gauche soit inférieur à celui en bas à droite.

	45	
20		25
13	7	18

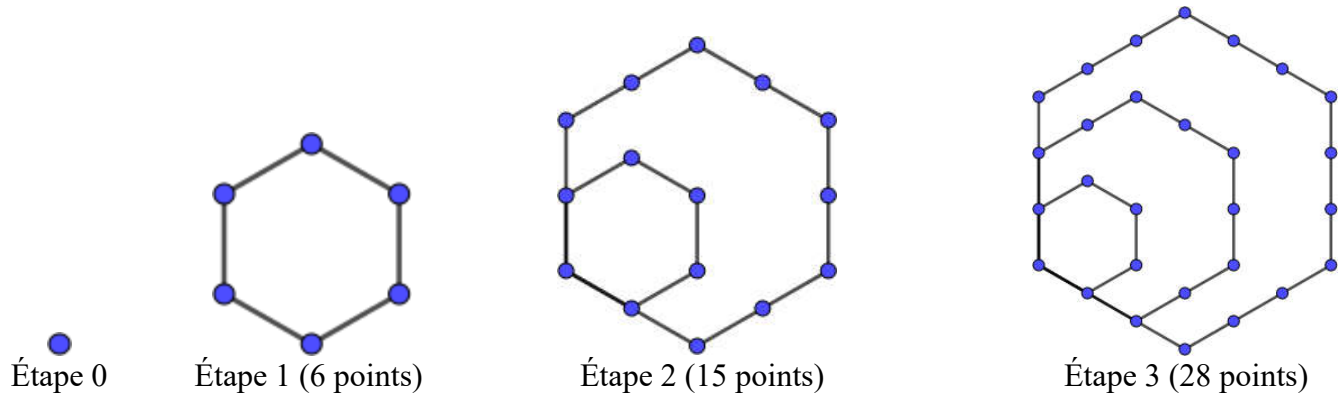
- 1) Déterminez toutes les pyramides de hauteur trois ne contenant que des nombres à un chiffre, ces chiffres étant deux à deux distincts.
- 2) Combien y a-t-il de pyramides de hauteur trois contenant les nombres 19, 23 et 87 (numéros des départements de l'Académie de Limoges) au sommet et aux extrémités de la base de la pyramide ?
- 3) Déterminez toutes les pyramides de hauteur trois contenant les nombres 19, 23 et 87.
- 4) Donnez une pyramide de hauteur sept contenant les nombres 16, 17, 19, 23, 24, 33, 40, 47, 64, 79, 86 et 87 (numéros des départements de la Région Nouvelle-Aquitaine).

Des polygones emboîtés

Pour un entier $p \geq 3$, on considère la construction suivante :

- à l'étape 0, on place un point dans le plan ;
- à l'étape 1, on place, à partir du point de l'étape 0, les p sommets d'un polygone régulier à p côtés de longueur 1 unité ;

- à l'étape 2, on place, à partir du point de l'étape 0 et des deux côtés adjacents de l'étape 1, les p sommets d'un polygone régulier à p côtés de longueur 2 unités et on place sur les côtés les points toutes les unités ;
- ...
- à l'étape n, on place, à partir du point de l'étape 0 et des deux côtés adjacents de l'étape précédente, les p sommets d'un polygone régulier à p côtés de longueur n unités et on place sur les côtés les points toutes les unités.
- Exemple pour p = 6 :



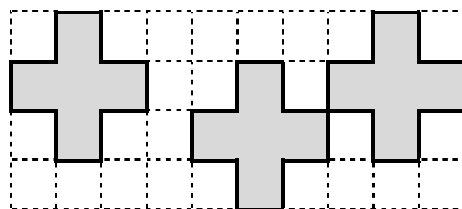
On admet que, pour tout entier naturel k, la somme des entiers naturels inférieurs ou égaux à k est $\frac{k(k+1)}{2}$

- 1) Dans le cas où p = 4, déterminez le nombre de points à l'étape n (entier strictement positif quelconque).
- 2) Dans le cas où p = 3, déterminez le nombre de points à l'étape n (entier strictement positif quelconque).
- 3) On se place avec p quelconque. Déterminez le nombre de points à l'étape 1, à l'étape 2 et à l'étape 3.
- 4) On se place avec p quelconque. Déterminez le nombre de points à l'étape n, avec n entier quelconque.
- 5) Pour quelles valeurs de n et p a-t-on exactement 2025 points ?

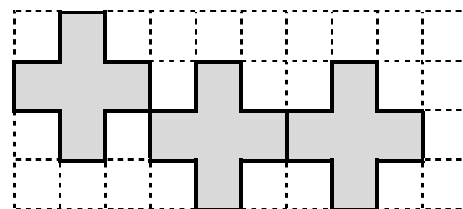
Un maximum de croix

On dispose d'un rectangle quadrillé à n lignes et p colonnes. On souhaite disposer dessus des croix constituées de 5 petits carrés, de sorte que deux croix ne puissent se toucher que par des sommets mais pas par des côtés.

Par exemple, pour un rectangle quadrillé à 4 lignes et 10 colonnes :



Pavage correct



Pavage incorrect

- 1) On considère un rectangle quadrillé à 4 lignes et p colonnes. En fonction de la valeur de p, combien peut-on disposer de croix au maximum sur ce quadrillage ?
- 2) On considère un rectangle quadrillé à 5 lignes et p colonnes. En fonction de la valeur de p, combien peut-on disposer de croix au maximum sur ce quadrillage ?
- 3) On considère un rectangle quadrillé à 7 lignes et p colonnes. En fonction de la valeur de p, combien peut-on disposer de croix au maximum sur ce quadrillage ?

Avec le soutien :

- *du Rectorat de l'Académie de Limoges,*
- *du Conseil Régional de Nouvelle Aquitaine,*
- *du Conseil Départemental de la Creuse,*
- *du Conseil Départemental de la Haute-Vienne,*
- *des villes de Limoges et d'Aixe sur Vienne,*
- *de la Faculté des Sciences et Techniques de Limoges,*
- *du Département de Mathématiques de la Faculté des Sciences de Limoges,*
- *de la Fondation Partenariale de l'Université de Limoges,*
- *de l'Institut National Supérieur du Professorat et de l'Éducation Académie de Limoges,*
- *de l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Limoges,*
- *de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public,*
- *de l'Association des Anciens du Lycée Gay Lussac,*
- *de l'Association des Anciens Élèves et Fonctionnaires du Lycée Léonard Limosin,*
- *du Comité International des Jeux Mathématiques,*
- *de CASIO, TEXAS INSTRUMENTS et NUMWORKS,*
- *de l'Association Limousine des Sports Aériens,*
- *de la Fédération des Œuvres Laïques de la Haute-Vienne,*
- *de l'Aquapolis de Limoges, de Steam Escape Game Limoges,*
- *de Laser League Limoges, de Kurioscape Escape Game Limoges,*
- *de The Jump Laser Game, de Laser Game Target Experience Limoges,*
- *de Tarz en Arbre Limoges, de Prison Island Limoges,*
- *des Bowlings de Limoges et de Brive,*
- *du Parc Wizz'Titi à Ussac, du Mini-golf Nature Evasion à Jugeals-Nazareth*
- *de l'Espace Hermeline à Bussière-Galant, du Labyrinthe des Monts de Guéret,*
- *des Madeleines Bijou*