

Tournoi mathématique du Limousin

Mardi 21 janvier 2025

Sujet Lycée Professionnel

IREM, 123 avenue Albert Thomas
87060 Limoges Cedex

Introduction

Pour chaque exercice :

- **Vous pouvez proposer plusieurs méthodes de résolution** : expérimentales ou plus rigoureuses en utilisant des propriétés mathématiques. La pertinence des différentes méthodes proposées, la rigueur des résolutions et la précision des résultats obtenus seront prises en compte pour le classement.
- **Vous devez expliquer précisément la démarche suivie lors de votre résolution**. La clarté et la précision des explications seront prises en compte pour le classement. Un résultat brut, sans explication, sera moins valorisé qu'un résultat accompagné de l'explication précise de la démarche suivie.
- **Vous ne devez pas hésiter à proposer toutes vos idées de solutions même partielles.**

Les solutions et les explications sont à rédiger sur une copie.

Ne pas oublier d'indiquer les noms du binôme, la classe et l'établissement scolaire.

La copie est à rendre à l'examineur à la fin de l'épreuve.

Durée maximale de deux heures.

Si vous utilisez un logiciel, pensez à enregistrer votre fichier

Place à votre imagination créatrice et au plaisir de chercher !

Ne restez pas bloqué, votre enseignant peut vous donner des INDICES.

Thème : Mathématiques hors les murs !!!

Le DÉFI, si vous l'acceptez, est de découvrir une pyramide en franchissant les murs de différentes architectures et énigmes

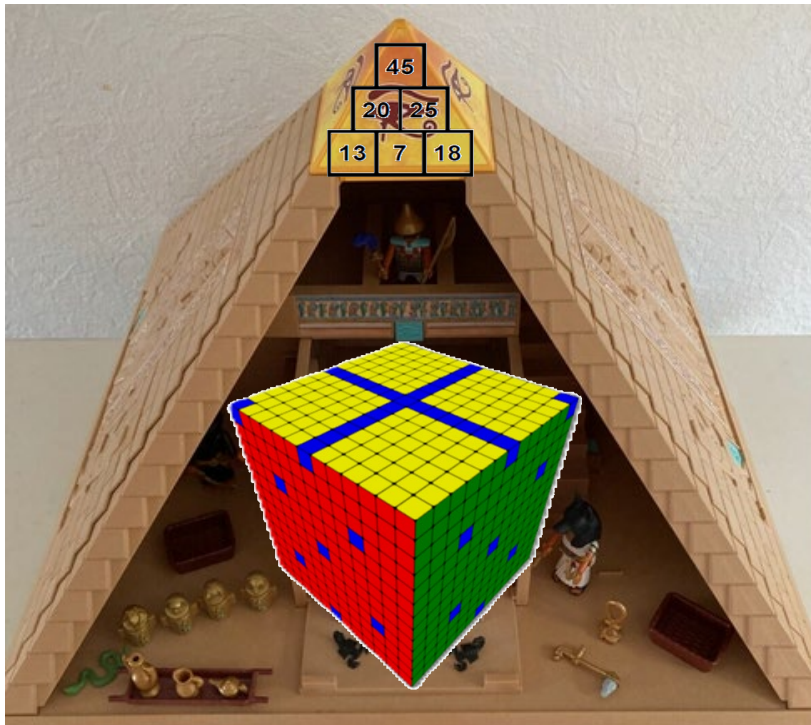


Image Playmobil

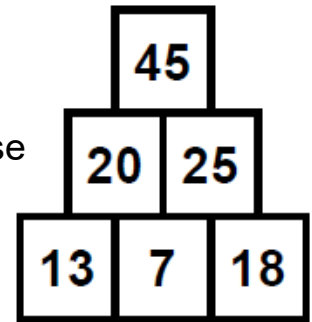
Table des matières

1. Une pyramide limousine
2. Une architecture de CUBES
 - a) Préparation du cube « énigme »
 - b) Le grand CUBE, écrin du petit
3. Les cubes font-ils un carré ?
4. Enigmes du cube central

Commençons par découvrir une pyramide limousine au sommet d'une pyramide égyptienne

1. Une pyramide limousine

Une pyramide de nombres est un empilement de cases carrées contenant chacune un nombre entier strictement positif, de telle sorte que le nombre contenu dans une case soit la somme des deux nombres situés dans les cases juste en dessous.



La figure ci-contre est une pyramide de nombres de hauteur trois. → → →

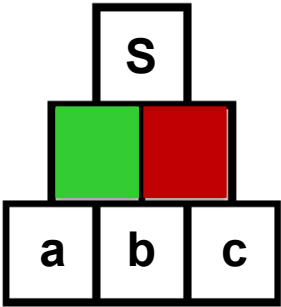
Par convention, on impose que l'entier en bas à gauche soit inférieur à celui en bas à droite.

- a) Déterminez toutes les pyramides de hauteur trois ne contenant que des nombres à un chiffre, ces chiffres étant deux à deux distincts.
- b) Combien y a-t-il de pyramides de hauteur trois contenant les nombres 19, 23 et 87 (numéros des départements de l'Académie de Limoges) au sommet et aux extrémités de la base de la pyramide ?
- c) Déterminez toutes les pyramides de hauteur trois contenant les nombres 19, 23 et 87.

Indices : vous disposez d'un tableau pour des essais

$$S = \text{....} + \text{....} + \text{...} + \text{...}$$

vert
rouge



	Si b vaut	alors a+c vaut (a < c)	Vert vaut ... + ...	Rouge vaut ... + ...	Vérification a ≠ b ≠ c
Si sommet S vaut = (a) + (c)			
Si sommet vaut	Si b vaut	alors a+c vaut (a < c)	Vert vaut	Rouge vaut	Vérification a ≠ b ≠ c
Si sommet vaut	Si b vaut	alors a+c vaut (a < c)	Vert vaut	Rouge vaut	Vérification a ≠ b ≠ c
Si sommet vaut	Si b vaut	alors a+c vaut (a < c)	Vert vaut	Rouge vaut	Vérification a ≠ b ≠ c

2. Une architecture de CUBES

*Au centre de la pyramide ,
un assemblage de cubes
pose question ...*

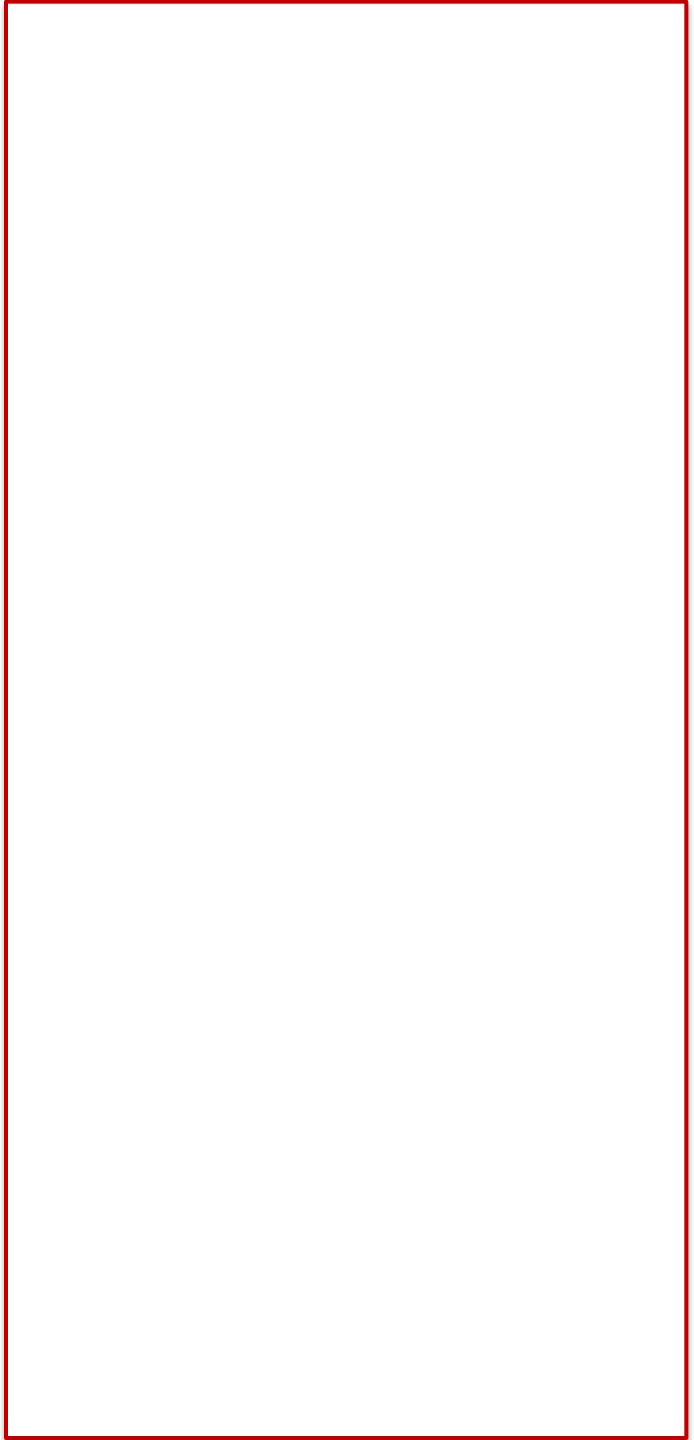
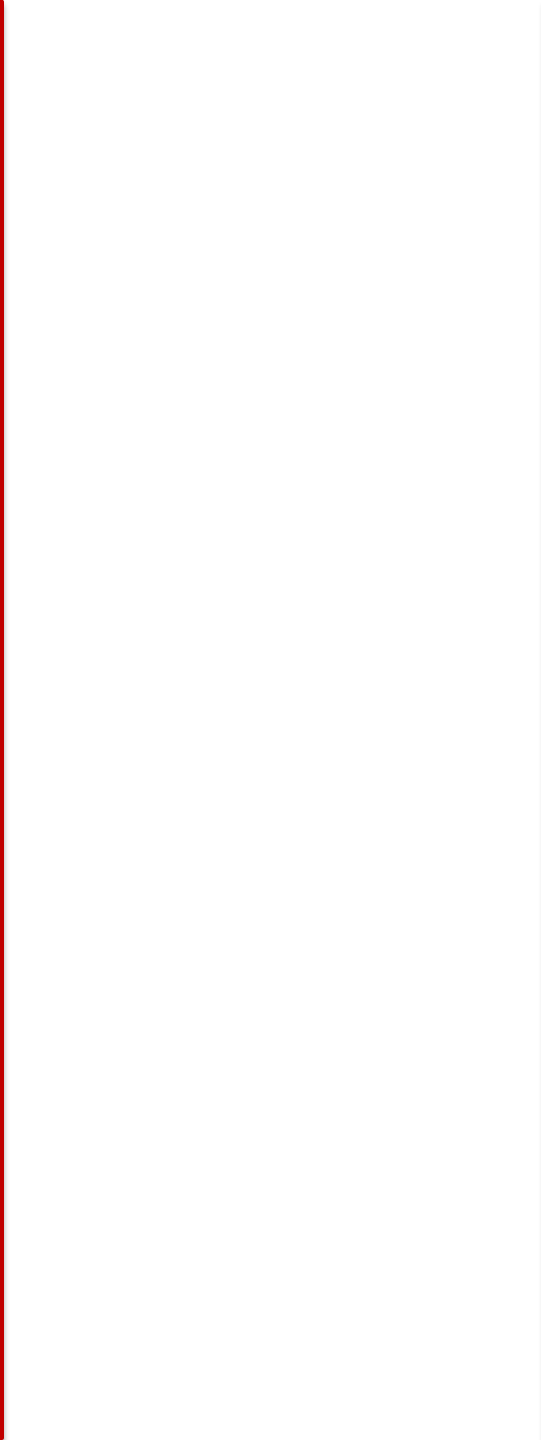
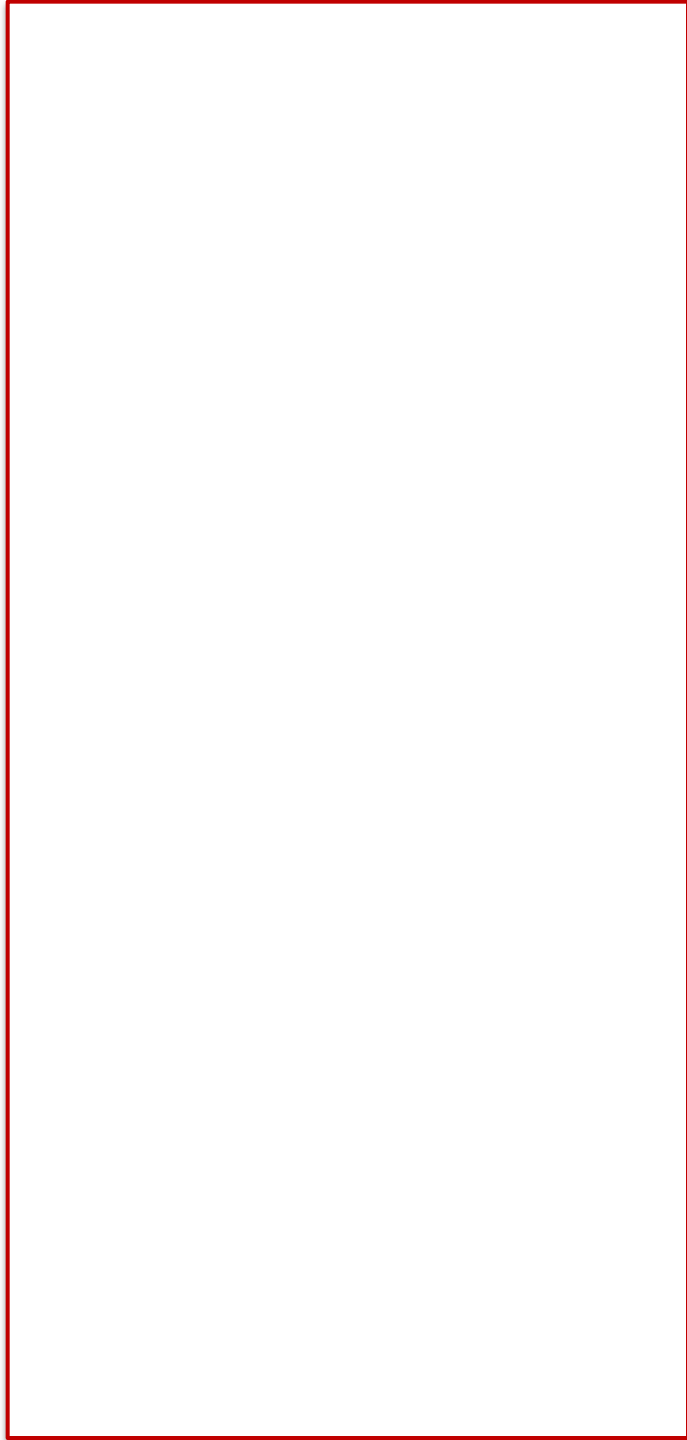
a) Préparation du cube « énigme »

Vous disposez d'une bande de papier de **9 cm par 19 cm** ci contre →
sur laquelle vous devez construire le Patron d'un **Cube 4cm x4cm x4cm**

**Préparez le patron du cube sur cette bande de papier
ou sur géogébra**

Indices :

- Sur **Geogebra** « **patron cube énigme** », vous pouvez construire ce patron à l'intérieur du **rectangle 19 x 9** en déplaçant **les différents blocs** et en les orientant correctement
 - Cliquer au centre du **carré vert** pour déplacer le bloc
 - Bouger **les points bleus** pour incliner le bloc
(attention cela change aussi le côté, qu'il faut ajuster à 4 cm)
- Vous pouvez expérimenter des constructions sur la page suivante
- Vous pouvez demander au professeur une grille de carré 4x4 pour vos essais



2. Une architecture de CUBES

b) Le grand CUBE, écriin du petit

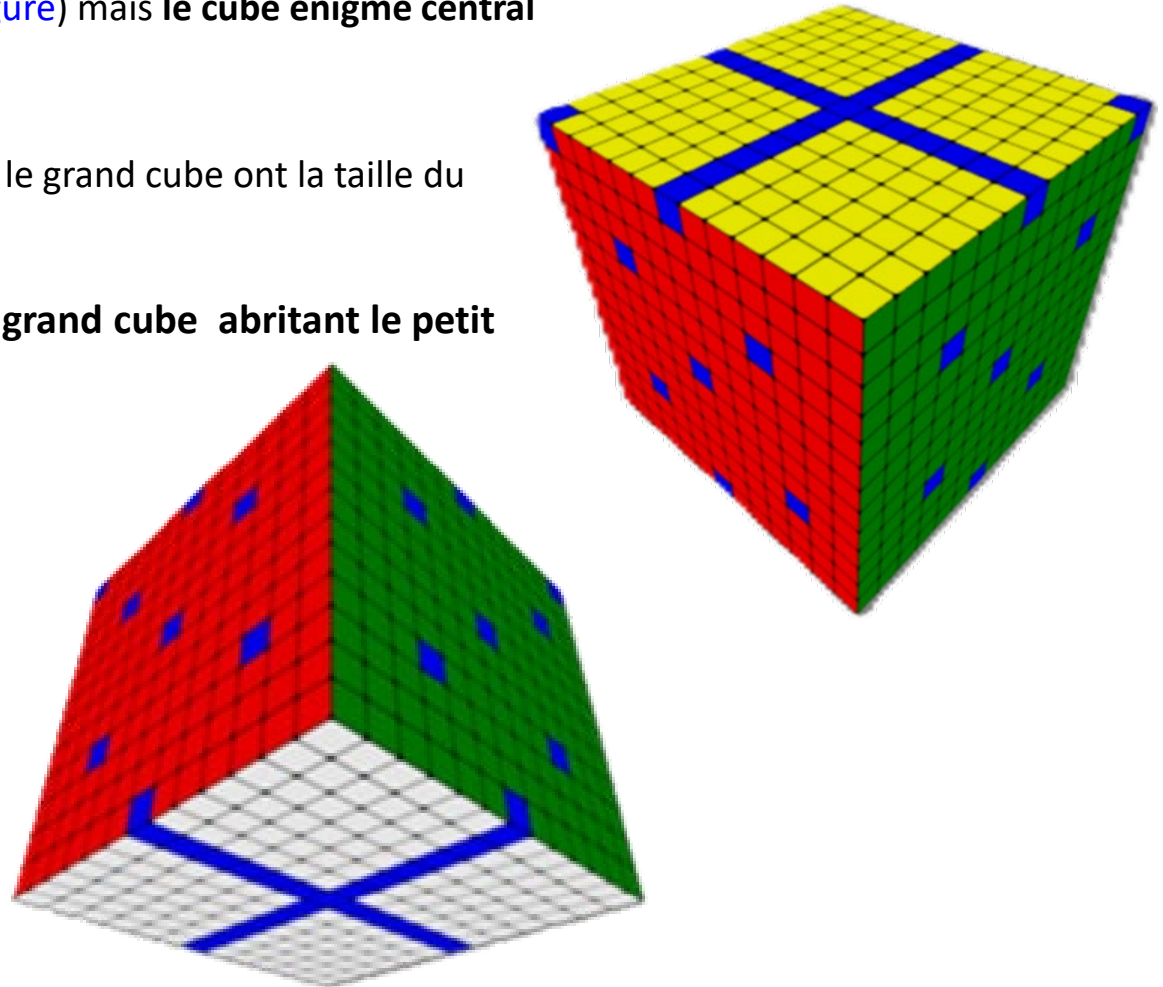
On a enlevé des rangées de cubes ainsi que deux cubes isolés aux sommets (*marqués en bleu sur la figure*) mais **le cube énigme central** a été laissé .

Tous les petits cubes qui composent le grand cube ont la taille du cube "énigme", soit 4 cm d'arête

Combien de cubes composent ce grand cube abritant le petit cube « énigme » ?

Expliquez votre démarche

*Combien de petits cubes
renferme ce CUBE ECRIN ?*



3. Les cubes font-ils un carré ?

On vous demande de casser ce Grand Cube et de placer les petits cubes au sol de la pyramide ...

On sait que la base de la pyramide est de côté 1,80 m

Peut-on recouvrir totalement le sol de la pyramide ?

Expliquez votre démarche

Indice : Vous disposez d'un carré représentant le sol de la pyramide, à compléter et légender pour illustrer votre démarche → → →

4. Enigmes du cube central

On vous demande de disposer le petit cube « énigme » au centre du sol de la pyramide .

a) **Précisez à quelle position placer le petit cube « énigme »**
(en nombres de cubes repérés en x et en y)

Expliquez votre démarche

Sur **Geogebra « sol pyramide »**, vous pouvez former le carré adapté du sol en bougeant **le point A** et placer le **cube énigme** ■

b) **En bonne position**, le petit cube « **énigme** » s'ouvre pour donner **un ultime défi**

Précisez les 2 sommes du défi

Indice : Vous pouvez demander au professeur un exemple de somme de carrés , de cubes

