



**TOURNOI
MATHÉMATIQUE
DU LIMOUSIN**

IREM, 123 avenue Albert Thomas
87060 Limoges CEDEX

Le plaisir de chercher

2023

Mardi 17 janvier
TOURNOI dans les classes de lycée

Samedi 13 mai
REMISE DES PRIX
sous la présidence de Madame la Rectrice

Le Tournoi Mathématique du Limousin a été créé par :

- la Régionale de Limoges de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public ;
- le Département de Mathématiques de la Faculté des Sciences et Techniques de Limoges ;
- l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Limoges ;
- l'Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques de Limoges.

Quelques recommandations :

Vous pouvez parler avec votre équipier, mais ... **sans faire de bruit.**

Pensez qu'il **faut justifier** vos réponses.

Les calculatrices sont autorisées mais pas les ordinateurs.

Chaque équipe remet une seule copie. **Écrivez en majuscules vos noms et prénoms** en tête de la copie, ainsi que **vosre classe**, votre éventuelle **spécialité mathématique** et le nom de **vosre établissement**.

Le corrigé du Tournoi Mathématique du Limousin sera disponible sur le site de l'IREM de Limoges : <https://www.irem.unilim.fr/tournoi.html>

Une somme égale à 2023

On veut écrire 2023 comme la somme de n entiers strictement positifs distincts rangés dans l'ordre croissant.

1. Combien y a-t-il de possibilités quand $n=2$?
2. Quelle est la valeur maximale de n ?
Pour cette valeur de n quelles sont les valeurs possibles pour le plus grand de ces n entiers ?
3. On ajoute une condition : deux entiers qui se suivent doivent avoir une différence au moins égale à 2.
Quelle est la valeur maximale de n ?
Pour cette valeur de n quelles sont les valeurs possibles pour le plus grand de ces n entiers ?
4. On impose maintenant que les entiers soient impairs. Quelle est la valeur maximale de n ?
Pour cette valeur de n quelles sont les valeurs possibles pour le plus grand de ces n entiers ?

Bon compte

(exercice spécifique pour les secondes)

Avec les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, chacun utilisé zéro ou une fois, on peut obtenir différents nombres en utilisant seulement des additions et des multiplications et en s'aidant de parenthèses.

On peut écrire par exemple $1000=2 \times 5 \times (8 \times 9 + 4 \times 7)$ mais on ne peut pas écrire $1000 = 2 \times 5 \times (87 + 13)$.

1. Donnez une façon d'obtenir 2023.
2. Donnez une façon d'obtenir 2023 en utilisant tous les nombres de 1 à 9.
3. Donnez une façon d'obtenir 2023 en utilisant le moins possible de nombres de 1 à 9, et expliquez pourquoi on ne peut pas faire mieux.
4. Donnez une façon d'obtenir 2023 sans utiliser :
- ni le 1 ni le 3 - ni le 4 ni le 6 - ni le 7 ni le 9.

Deux allées à paver

(exercice spécifique pour les premières et terminales)

On dispose d'un grand nombre de dalles de deux dimensions : 1×1 et 1×2 .

1. Avec ces dalles on veut paver une allée de longueur n et de largeur 1. On note $u(n)$ le nombre de façons de faire ce pavage. On a par exemple $u(2) = 2$ et $u(3) = 3$. Calculez $u(5)$.
En considérant d'abord les différentes possibilités pour la première dalle donnez une expression de $u(n)$ en fonction de $u(n-1)$ et $u(n-2)$. Calculez $u(10)$.

2. Avec ces mêmes dalles on veut maintenant paver une allée de longueur n et de largeur 2. On peut placer les dalles 1×2 horizontalement ou verticalement.

On note $a(n)$ le nombre de façons de faire ce pavage. Montrez que $a(2) = 7$.

On note $b(n)$ le nombre de façon de terminer le pavage de l'allée quand on a débuté le pavage par une dalle 1×1 . Donnez une expression de $b(n)$ en fonction de $a(n-1)$ et $b(n-1)$.

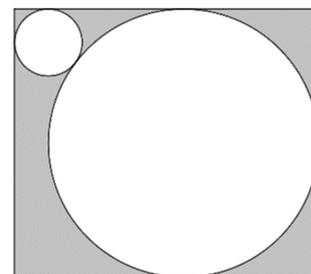
Donnez une expression de $a(n)$ en fonction de $b(n)$ et $a(n-2)$. Calculez $a(10)$.

Donnez une expression de $a(n)$ en fonction de $a(n-1)$, $a(n-2)$ et $a(n-3)$.

Deux cercles inscrits dans un rectangle

Deux cercles de rayons 1 et 4 sont tangents entre eux et tangents à trois côtés d'un rectangle pour le plus grand, deux côtés pour le plus petit.

1. Que vaut l'aire grisée ?
2. Généralisez à deux cercles de rayons r et R avec $0 < r < R$.
3. Quelle condition doivent vérifier r et R pour que cela soit possible ?



Nombreuses grilles

Une grille de Sudoku 4×4 est une grille de 16 carrés partagée en 4 carrés 2×2 .

On la remplit avec les chiffres 1, 2, 3 et 4.

Dans une grille de Sudoku classique, chaque ligne, chaque colonne et chaque carré 2×2 contient une et une seule fois chacun des chiffres 1, 2, 3 et 4.

Une grille de Sudoku X respecte la règle précédente avec une condition supplémentaire : chacune des deux diagonales contient une et une seule fois chacun des chiffres 1, 2, 3 et 4.

1. Complétez ces deux grilles sur votre copie :

Sudoku classique

4			
		1	
	3		
			2

Sudoku X

			2
	1		
		3	

2. Combien existe-t-il de grilles complétées de Sudoku X ?

On commencera par dénombrer les grilles de Sudoku X dont la première ligne est 1 2 3 4.

3. Combien existe-t-il de grilles complétées de Sudoku classique ?

Avec le soutien :

- *du Rectorat de l'Académie de Limoges,*
- *du Conseil Régional de Nouvelle Aquitaine,*
- *du Conseil Départemental de la Creuse,*
- *du Conseil Départemental de la Haute-Vienne,*
- *de la Communauté de communes Creuse Confluence,*
- *de la Faculté des Sciences et Techniques de Limoges,*
- *du Département de Mathématiques de la Faculté des Sciences de Limoges,*
- *de l'Institut National Supérieur du Professorat et de l'Éducation Académie de Limoges,*
- *de l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Limoges,*
- *de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public,*
- *du Comité International des Jeux Mathématiques,*
- *de l'Association des Anciens Élèves et Fonctionnaires du Lycée Léonard Limosin,*
- *de l'Association des Anciens du Lycée Gay Lussac,*
- *des calculatrices CASIO , TEXAS INSTRUMENTS et NUMWORKS,*
- *de l'Association Limousine des Sports Aériens,*
- *de la MAIF et de la MGEN,*
- *des librairies Page et Plume et La Boîte à Livres de Limoges,*
- *de la Fédération des Œuvres Laïques de la Haute-Vienne,*
- *du Bowling Club Limousin et du Bowling de Brive,*
- *du Laser Game Evolution et de l'escape game Kurioscape,*
- *des Madeleines Bijou,*
- *de la piscine d'Eymoutiers et de l'Aquapolis de Limoges,*
- *de Tarz en Arbre Limoges,*
- *du JCS Karting de Lubersac,*