

Les points essentiels :

- 1/ Corrélation et coefficient de corrélation
- 2/ Construction d'un graphique interactif

Réflexion sur la notion de corrélation ...

François Louvet

Ecole Nationale Supérieure de Céramique Industrielle

47 – 73 Avenue Albert Thomas

87065 Limoges Cedex

francois.louvet@unilim.fr

Définition ...

- Corrélation :
 - Liaison entre deux ou plusieurs variables aléatoires à l'intérieur d'une loi.
 - La plupart des mesures statistiques de corrélation ne mesurent que le degré de liaison linéaire.

(NF ISO 3534-1)

Définition ...

- Coefficient de corrélation :
 - Quotient de la *covariance* de deux caractères par le produit de leurs *écart-types* :

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

- où s_{xy} est la covariance de X et Y. s_x et s_y sont respectivement les écart-types de X et Y.

(NF ISO 3534-1)

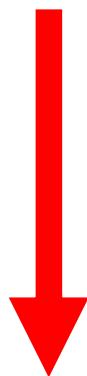
Définition ...

- Coefficient de corrélation :
 - Ce coefficient est fréquemment utilisé comme l'expression numérique de l'interdépendance linéaire entre X et Y dans des séries d'observations appariées.
 - Si possible, il convient d'examiner le *nuage de points* pour vérifier la linéarité.
 - La valeur de r_{xy} sera toujours comprise entre –1 et +1.
 - Quand le coefficient de corrélation est égal à l'une de ces limites, cela signifie qu'il existe une relation linéaire exacte entre X et Y dans les séries d'observations appariées.

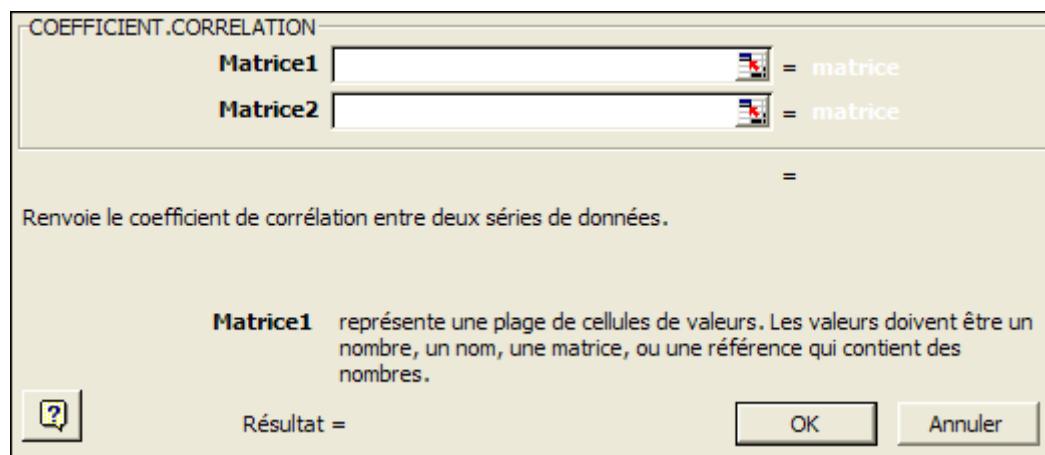
(NF ISO 3534-1)

Définition ...

- Coefficient de corrélation (Bravais-Pearson) :



$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

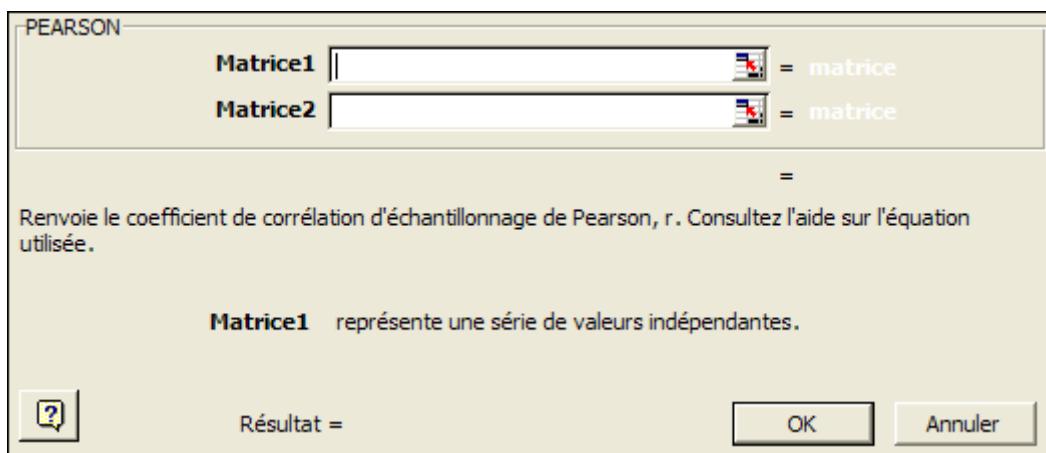


Définition ...

- Coefficient de corrélation (Bravais-Pearson) :



$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$



Définition ...

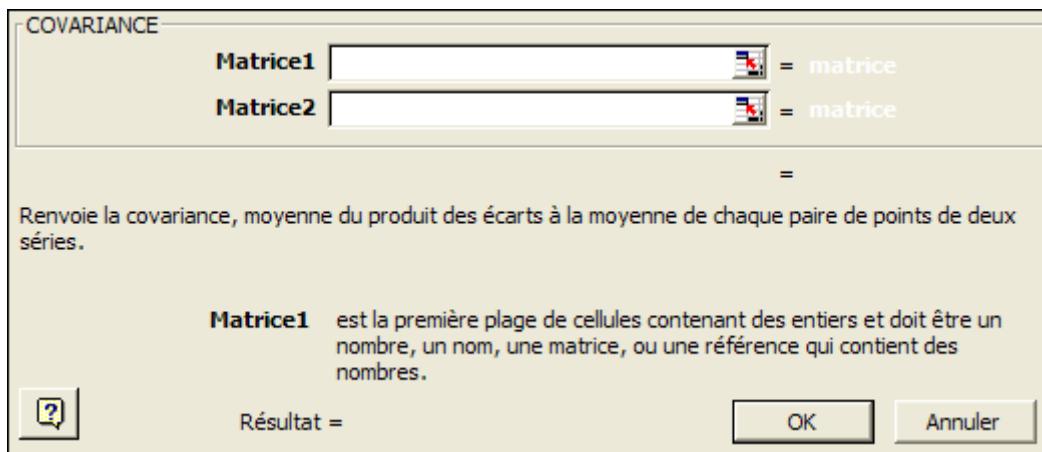
- Covariance (d'échantillon) :
 - Somme des produits des écarts des couples de *variables aléatoires* d'un *échantillon* aléatoire par rapport à leur *moyenne* d'échantillon divisée par le nombre de termes de la somme moins un.
- (NF ISO 3534-1)

Définition ...

- Covariance (d'échantillon) :

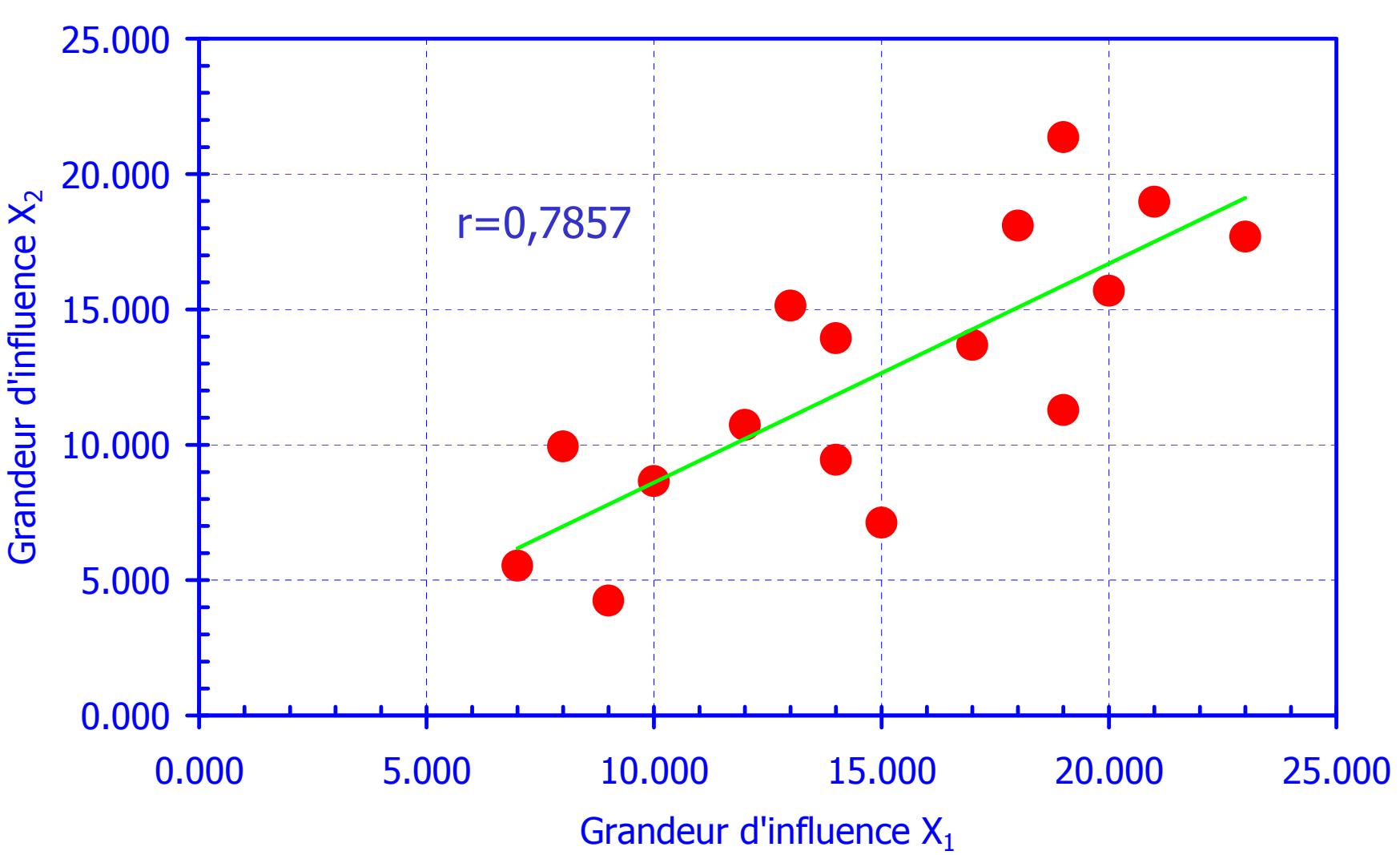


$$\text{Covariance} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$



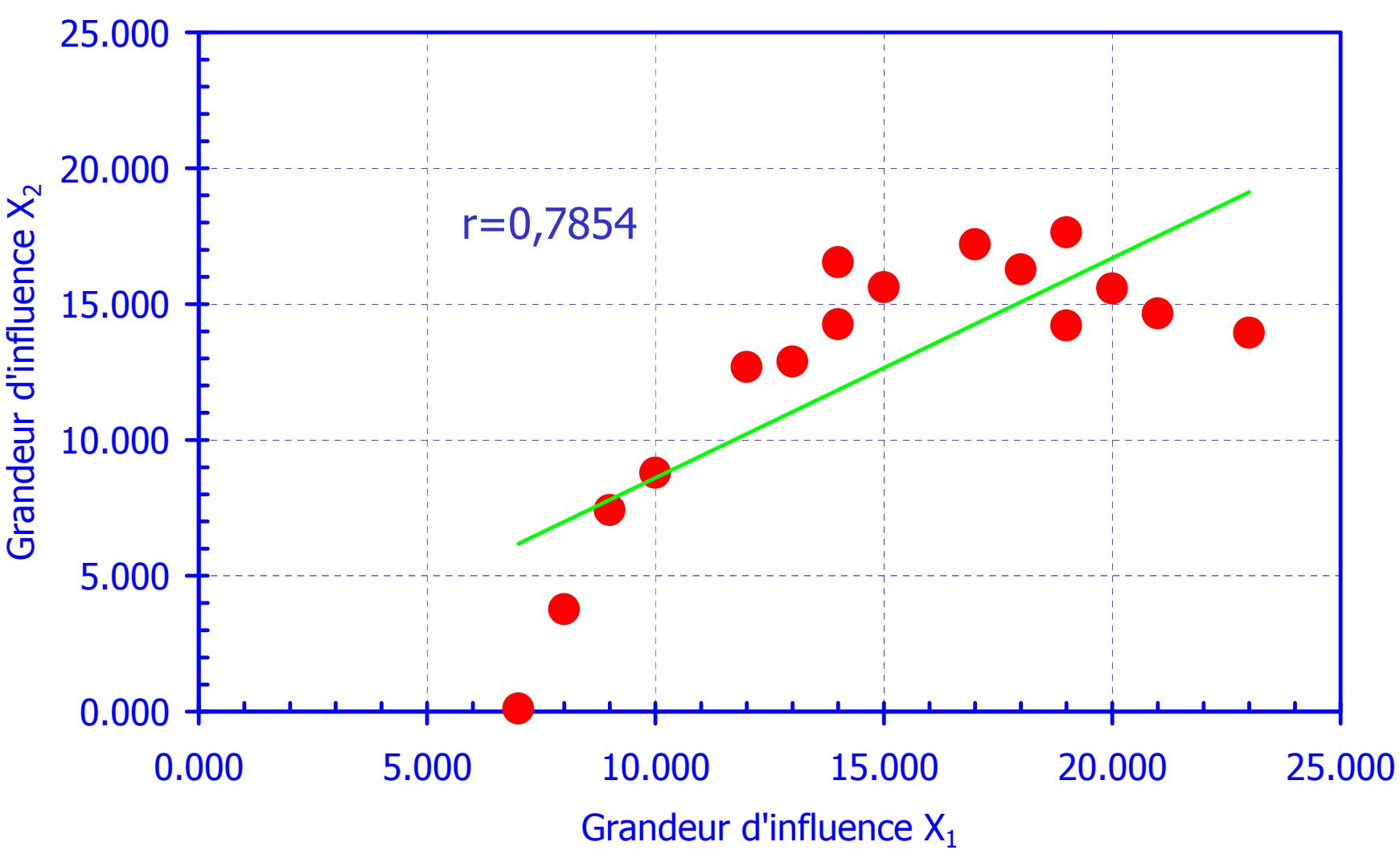
Réflexion sur la notion de corrélation ...

Exemples académiques ...



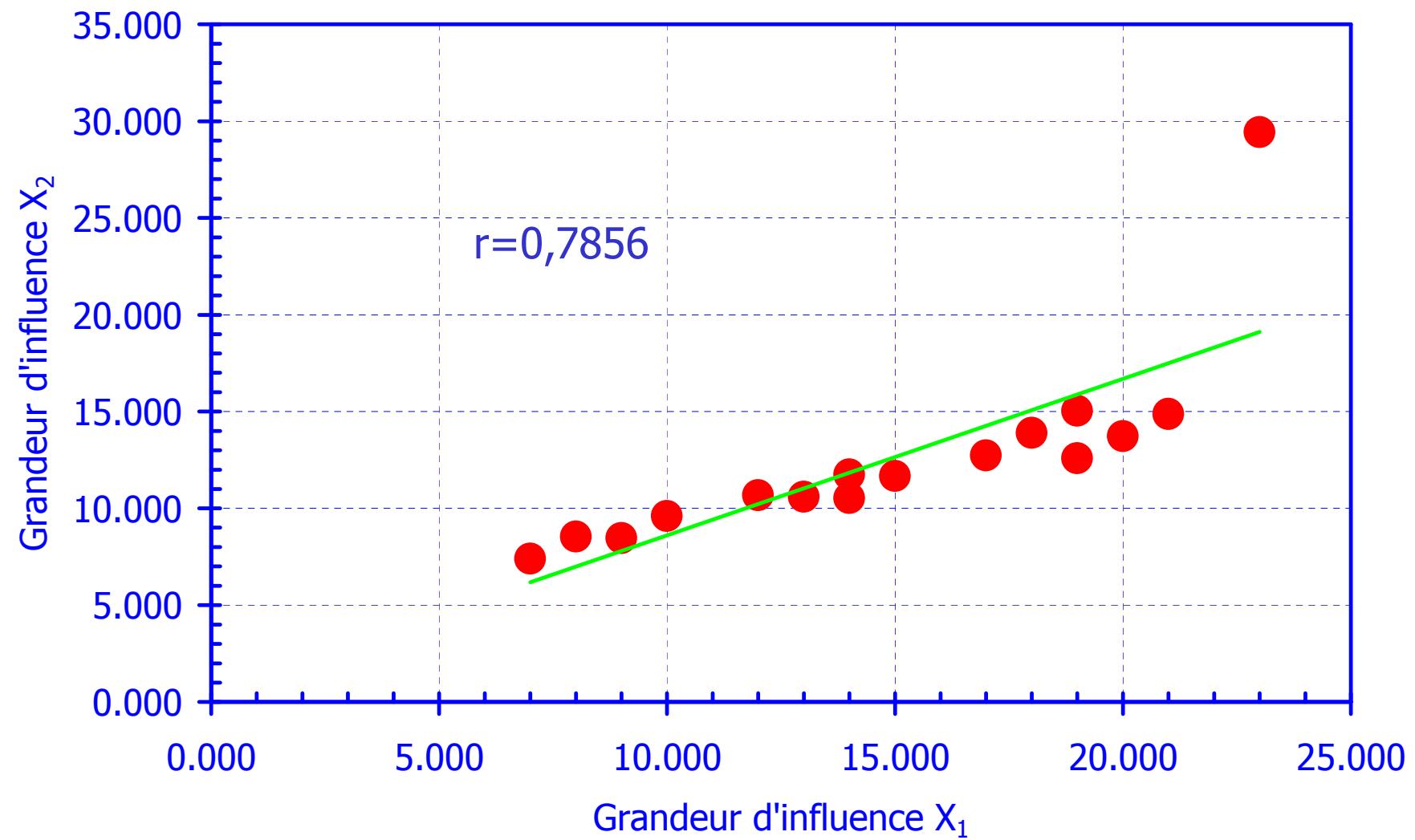
Réflexion sur la notion de corrélation ...

Exemples académiques ...

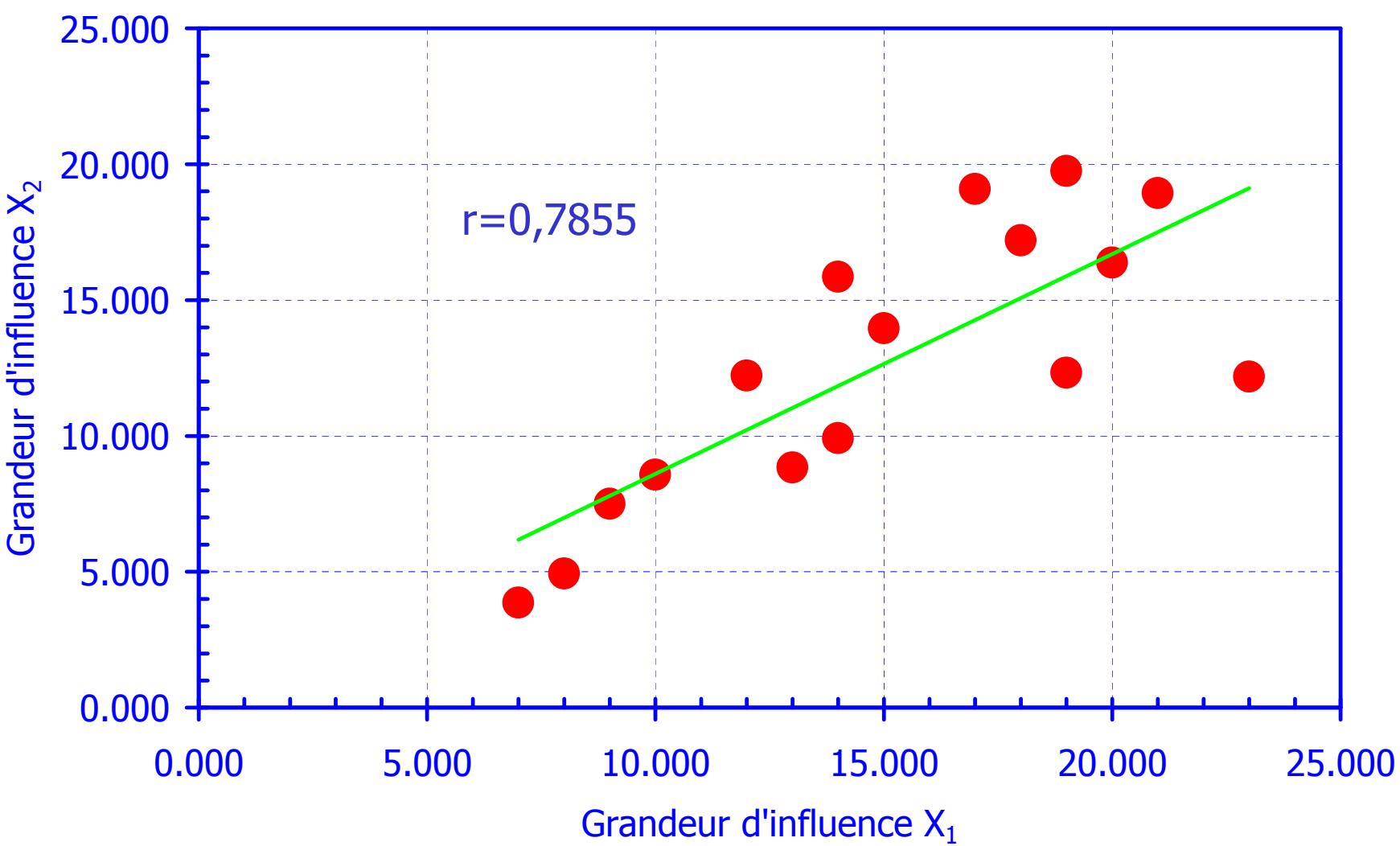


Réflexion sur la notion de corrélation ...

Exemples académiques ...

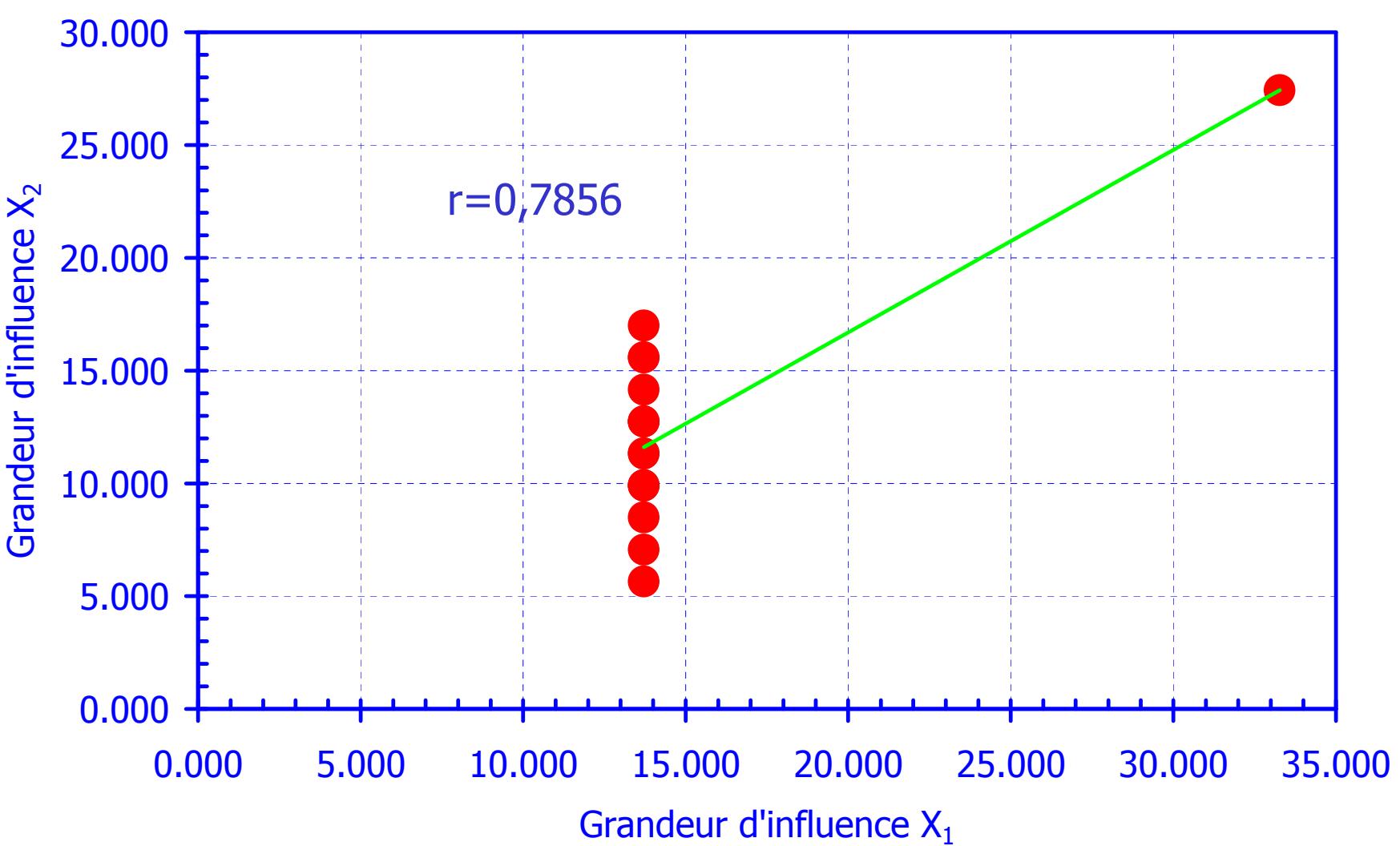


Exemples académiques ...

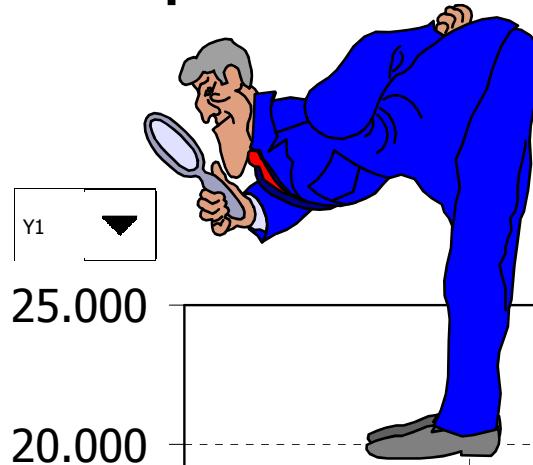


Réflexion sur la notion de corrélation ...

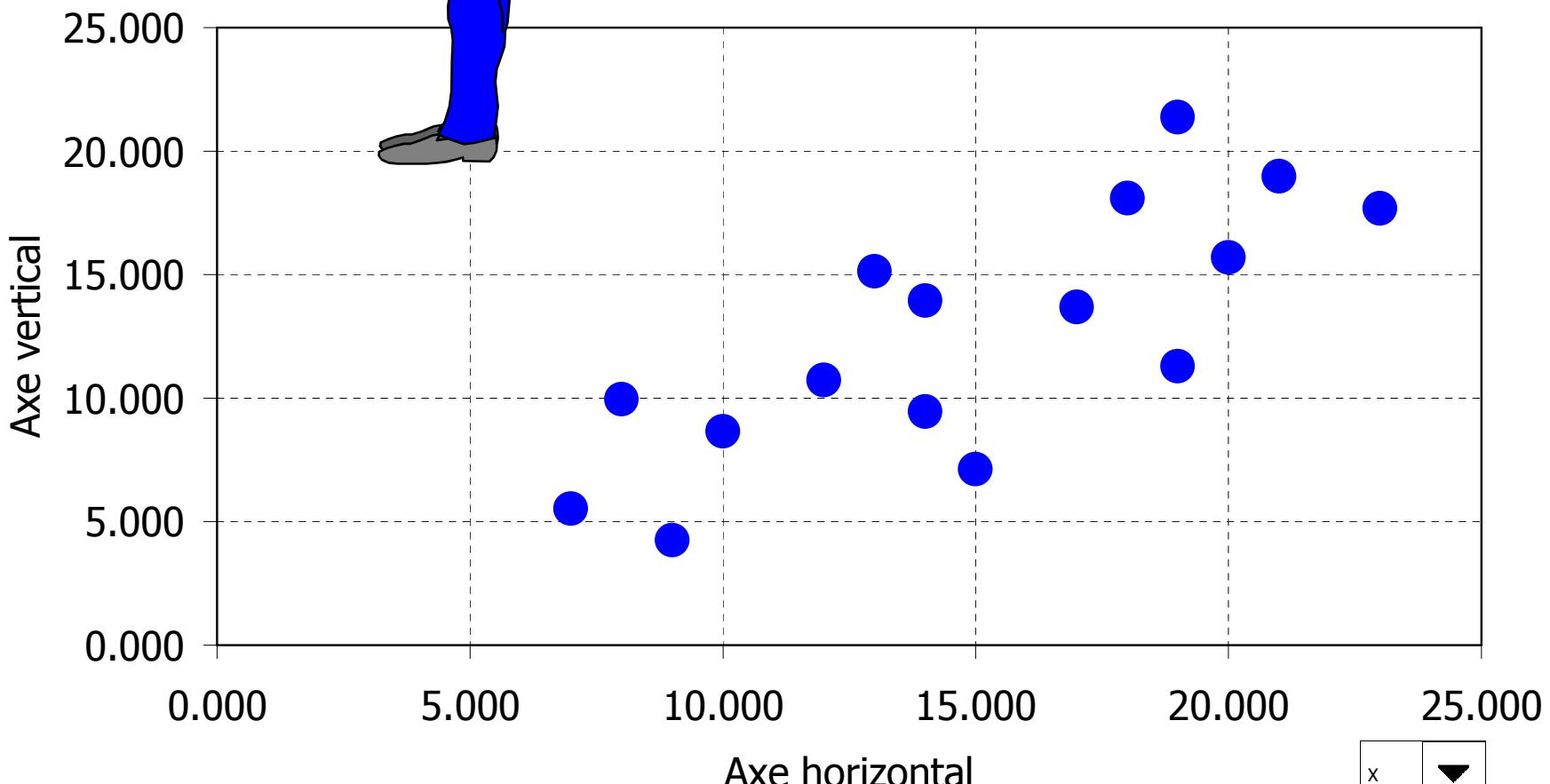
Exemples académiques ...



Exemples académiques ...



Nuage de points



Réflexion sur la notion de corrélation ...

Exemples académiques ...

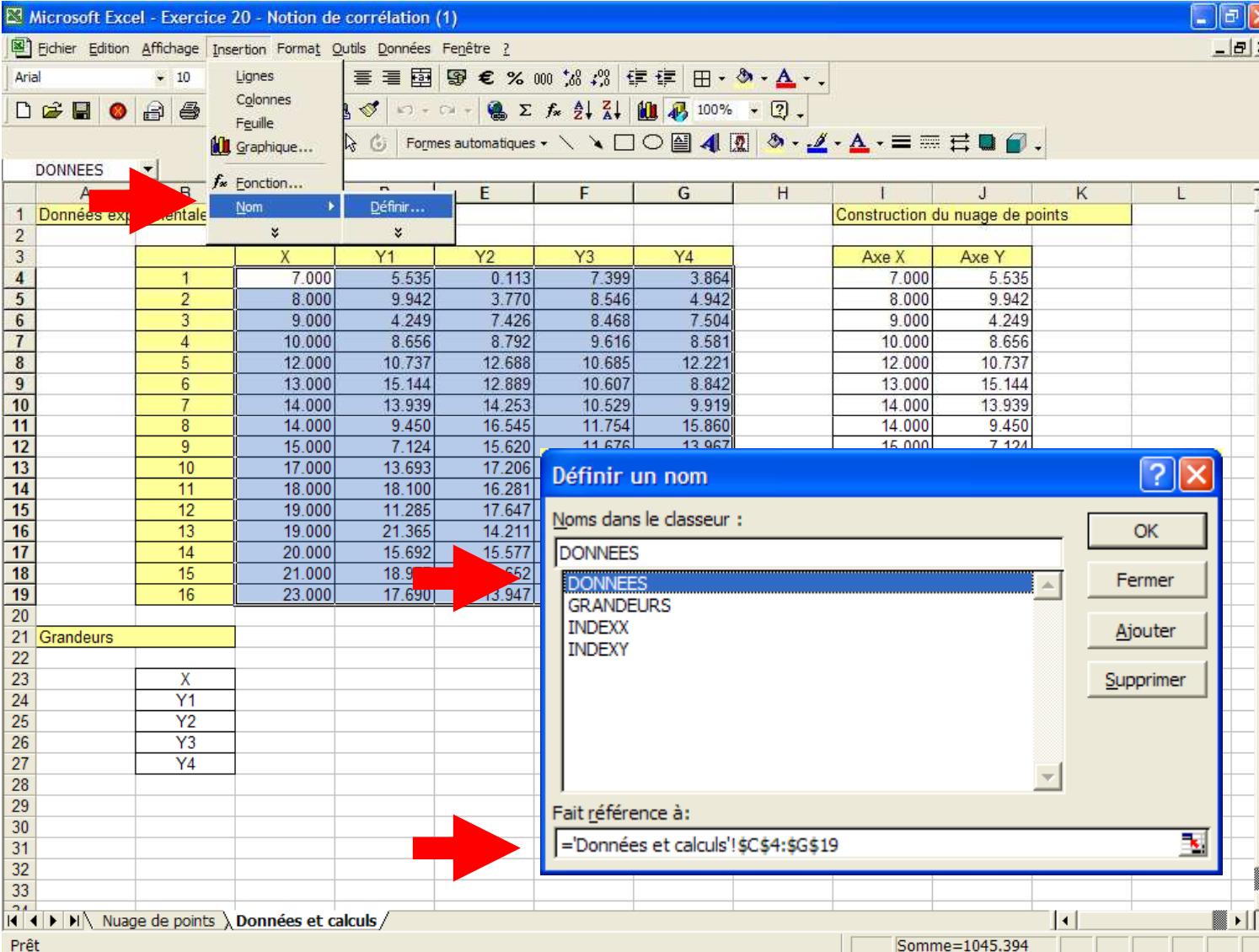
The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet titled "Microsoft Excel - Exercice 20 - Notion de corrélation (1)". The data is organized into several sections:

- Données expérimentales (Row 1):** Contains columns A through E.
- Construction du nuage de points (Row 1):** Contains columns I through K.
- Experimental Data (Rows 3 to 19):** Rows 3 to 19 contain data for columns X, Y1, Y2, Y3, and Y4. Column X has values from 7.000 to 23.000. Columns Y1 to Y4 have values ranging from 0.113 to 29.431.
- Axe X and Axe Y (Rows 3 to 19):** Corresponding to each row of data, showing the values for the X and Y axes of the scatter plot.
- Grandeur (Row 21):** Contains columns A through E.
- Index (Row 21):** Contains columns I through K.
- Variables (Rows 23 to 27):** Rows 23 to 27 define variables X, Y1, Y2, Y3, and Y4.
- Coefficient de corrélation (Row 26):** Contains columns I through K.
- Correlation Coefficient (Row 28):** Shows the value $r = 0.7857$.
- Buttons (Rows 29 to 33):** Buttons for selecting X and Y1.

The status bar at the bottom indicates the current sheet is "Nuage de points" and the formula bar shows "Prêt".

Réflexion sur la notion de corrélation ...

Exemples académiques ...



The screenshot shows a Microsoft Excel window titled "Microsoft Excel - Exercice 20 - Notion de corrélation (1)". The ribbon menu is visible at the top. In the center, there is a table with columns labeled X, Y1, Y2, Y3, Y4, Axe X, and Axe Y. A red arrow points from the "Nom" (Name) dropdown in the ribbon to the "Nom" (Name) dropdown in the "Définir un nom" (Define Name) dialog box, which is overlaid on the spreadsheet. The dialog box lists several names: DONNEES, GRANDEURS, INDEXX, and INDEXY. The "Fait référence à:" (Refers to:) field contains the formula '=Données et calculs!\$C\$4:\$G\$19'. The status bar at the bottom right shows "Somme=1045.394".

	X	Y1	Y2	Y3	Y4	Axe X	Axe Y	
4	1	7.000	5.535	0.113	7.399	3.864	7.000	5.535
5	2	8.000	9.942	3.770	8.546	4.942	8.000	9.942
6	3	9.000	4.249	7.426	8.468	7.504	9.000	4.249
7	4	10.000	8.656	8.792	9.616	8.581	10.000	8.656
8	5	12.000	10.737	12.688	10.685	12.221	12.000	10.737
9	6	13.000	15.144	12.889	10.607	8.842	13.000	15.144
10	7	14.000	13.939	14.253	10.529	9.919	14.000	13.939
11	8	14.000	9.450	16.545	11.754	15.860	14.000	9.450
12	9	15.000	7.124	15.620	11.676	13.967	15.000	7.124
13	10	17.000	13.693	17.206				
14	11	18.000	18.100	16.281				
15	12	19.000	11.285	17.647				
16	13	19.000	21.365	14.211				
17	14	20.000	15.692	15.577				
18	15	21.000	18.9	15.252				
19	16	23.000	17.690	13.947				
21	Grandeur							
23	X							
24	Y1							
25	Y2							
26	Y3							
27	Y4							

Réflexion sur la notion de corrélation ...

Exemples académiques ...

The screenshot shows a Microsoft Excel window titled "Microsoft Excel - Exercice 20 - Notion de corrélation (1)". The menu bar includes Fichier, Edition, Affichage, Insertion, Format, Outils, Données, Fenêtre, and ?.

The worksheet contains data in columns A through K. Column A is labeled "GRANDEURS". Columns B and C are labeled "Données expérimentale". Columns D through G are labeled "Y1", "Y2", "Y3", and "Y4" respectively. Columns H through K are labeled "Axe X" and "Axe Y". Red arrows point from the "Nom..." button in the formula bar to the "Nom" dropdown menu, then to the "Définir..." button in the "Nom" dialog box, and finally to the "Fait référence à:" field in the same dialog box.

The "Nom" dialog box is titled "Définir un nom". It shows the "Noms dans le classeur :" list containing "GRANDEURS" (selected), "DONNEES", "INDEXX", and "INDEXY". The "Fait référence à:" field contains the formula '=Données et calculs!\$B\$23:\$B\$27'. Buttons for OK, Fermer, Ajouter, and Supprimer are visible.

The status bar at the bottom shows "Nuage de points > Données et calculs / Prêt".

Réflexion sur la notion de corrélation ...

Exemples académiques ...

The screenshot shows a Microsoft Excel window titled "Microsoft Excel - Exercice 20 - Notion de corrélation (1)". The menu bar includes Fichier, Edition, Affichage, Insertion, Format, Outils, Données, Fenêtre, and ?.

The "Barres d'outils" (Toolbars) dropdown is open, with "Formulaires" selected. Other options include Standard, Mise en forme, Boîte à outils Contrôles, Dessin, Données externes, and Personnaliser... (Personalize...).

The worksheet contains several sections:

- GRANDEURS**: A column labeled "A" containing "Données expérimentales".
- Construction du nuage de points**: A section with columns "F", "G", "H", "I", "J", "K", and "L". It includes rows for "Y3", "Y4", "Axe X", and "Axe Y".
- Index**: A section with columns "Axe X" and "Axe Y" containing values 1 and 2.
- Coefficient de corrélation**: A section with a table:

r	0.7857
---	--------
- Variables**: A section with columns "X" and "Y1", "Y2", "Y3", and "Y4".

The status bar at the bottom shows "Nuage de points / Données et calculs / Prêt".

Réflexion sur la notion de corrélation ...

Exemples académiques ...

Microsoft Excel - Exercice 20 - Notion de corrélation (1)

Fichier Edition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre ?

Arial 10 G S € % 000 ,00 ,00

Dessin Formes automatiques

GRANDEURS A B C D E F G H I J K L

1 Données expérimentales

2

3 X Y1 Y2 Y3 Y4 Axe X Axe Y

4 1 7.000 5.535 0.113 7.399 3.864 7.000 5.535

5 2 8.000 9.942 3.770 8.546 4.942 8.000 9.942

6 3 9.000 4.253 7.426 8.468 7.504 9.000 4.249

7 4 10.000 8.611 8.792 9.616 8.581 10.000 8.656

8 5 12.000 10.711 2.688 10.685 12.221 12.000 10.737

9 6 13.000 15.111 2.889 10.607 8.842 13.000 15.144

10 7 14.000 13.911 4.253 10.529 9.919 14.000 13.939

11 8 14.000 9.411 6.545 11.754 15.860 14.000 9.450

12 9 15.000 17.011 5.620 11.676 13.967 15.000 7.124

13 10 17.000 18.111 7.206 12.745 19.092 17.000 13.693

14 11 18.000 11.211 Zone de liste modifiable p3 17.198 18.000 18.100

15 12 19.000 11.211 7.647 12.590 12.334 19.000 11.285

16 13 19.000 21.311 4.211 15.040 19.761 19.000 21.365

17 14 20.000 15.611 5.577 13.737 16.382 20.000 15.692

18 15 21.000 18.911 4.652 14.884 18.945 21.000 18.977

19 16 23.000 17.611 3.947 29.431 12.187 23.000 17.690

20

21 Grandeur

22

23 X Axe X

24 Y1 2

25 Y2

26 Y3

27 Y4

28 Coefficient de corrélation

29 r 0.7857

30

31 X Y1

32

33

34

Nuage de points / Données et calculs /

Prêt

Réflexion sur la notion de corrélation ...

Exemples académiques

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet titled "Microsoft Excel - Exercice 20 - Notion de corrélation (1)". The data is organized into two main sections:

- Zone combinée 3**: Contains experimental data from row 1 to 19, spanning columns A to G. The first column is labeled "Données expérimentales". The data includes columns X, Y1, Y2, Y3, and Y4.
- Grandeurs**: Contains four columns labeled X, Y1, Y2, Y3, and Y4, corresponding to rows 23 to 27.

A context menu is open over the "Y1" cell in the "Grandeurs" section, with the "Format de contrôle..." option highlighted. A red arrow points from this menu to the "Format de contrôle" dialog box.

The "Format de contrôle" dialog box is displayed, showing the following settings:

- Plage d'entrée :** GRANDEURS
- Cellule liée :** \$I\$24
- Nombre de lignes :** 8
- Ombrage 3D** checkbox is unchecked.

Red arrows point from the "Cellule liée :" field and the "Format de contrôle..." option in the context menu to the "Format de contrôle" dialog box, indicating their relationship.

Below the dialog box, a small window titled "Index" is visible, showing the correlation matrix:

	Axe X	Axe Y
Axe X	1	
Axe Y	2	
Corrélation	0.7857	
Y1	Y1	

Réflexion sur la notion de corrélation ...

Exemples académiques ...

The screenshot shows a Microsoft Excel window titled "Microsoft Excel - Exercice 20 - Notion de corrélation (1)". The menu bar includes Fichier, Edition, Affichage, Insertion, Format, Outils, Données, Fenêtre, and ?.

The worksheet contains two main sections:

- Données expérimentales** (Rows 1-5): A table with columns X, Y1, Y2, Y3, and Y4. Row 1 is a header. Rows 2-5 contain data points.
- Construction du nuage de points** (Rows 6-24): A table with columns Axe X and Axe Y. Rows 6-24 contain data points. A red arrow points to the first data point in the Axe X column.

A red arrow also points to the "INDEX" function in the "Nom de la fonction :" dropdown list of the "Coller une fonction" dialog box. This dialog is overlaid on the worksheet.

The "Coller une fonction" dialog box has the following fields:

- Catégorie de fonctions : Tous
- Nom de la fonction : INDEX
- Description : Renvoie une valeur ou la référence à une valeur à l'intérieur d'un tableau ou une plage de données.
- Buttons: OK and Annuler

The status bar at the bottom shows "Nuage de points > Données et calculs / Prêt".

Réflexion sur la notion de corrélation ...

Exemples académiques ...

The screenshot shows a Microsoft Excel window with the title "Microsoft Excel - Exercice 20 - Notion de corrélation (1)". The main worksheet contains experimental data in columns A through F and a scatter plot setup in columns I through K. A formula bar at the top shows the formula =INDEX(DONNEES;B4;INDEXXX). A context menu is open over the range B4:F5, with the option "Sélectionner des arguments" (Select Arguments) highlighted.

The "Sélectionner des arguments" dialog box is displayed, specifically for the INDEX function. It lists two argument types:

- tableau;no_lig;no_col
- réf;no_lig;no_col;no_zone

A red arrow points to the first argument type, "tableau;no_lig;no_col". The dialog also includes a "OK" button and an "Annuler" (Cancel) button.

Below the dialog, the main worksheet shows the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Données expérimentales								Construction du nuage de points			
2												
3		X	Y1	Y2	Y3	Y4						
4	1	7.000	5.535	0.113	7.399	3.864			Axe X	Axe Y		
5	2	8.000	9.942	3.770	8.546	4.942			7.000	5.535		
6	3	9.000	4.210	7.126	8.468	7.504			8.000	9.942		

On the right side of the screen, there is a vertical scroll bar and a status bar at the bottom indicating "Prêt".

Réflexion sur la notion de corrélation ...

Exemples académiques ...

The screenshot shows a Microsoft Excel window titled "Microsoft Excel - Exercice 20 - Notion de corrélation (1)". The formula bar displays the formula `=INDEX(DONNEES;B4;INDEXX)`. The worksheet contains two data ranges: "Données expérimentales" (rows 3 to 7) and "Construction du nuage de points" (rows 8 to 14). A red arrow points to the first row of the experimental data. The INDEX function dialog box is open at cell I4, with the following settings:

- Tableau:** DONNEES (highlighted by a red arrow)
- No_lig:** B4
- No_col:** INDEXX

The result of the formula is 7.000. A tooltip for the INDEX function states: "Tableau est une plage de cellules ou une constante de matrice. Consultez l'aide pour plus d'information sur les constantes de matrices." The status bar at the bottom shows "Nuage de points / Données et calculs /".

Réflexion sur la notion de corrélation ...

Exemples académiques ...

The screenshot shows a Microsoft Excel window with the title "Microsoft Excel - Exercice 20 - Notion de corrélation (1)". The formula bar displays the formula `=INDEX(DONNEES;B4;INDEXY)`. The main worksheet contains a table titled "Données expérimentales" with columns Y1, Y2, Y3, and Y4. A red arrow points to the value 5.535 in cell B4. To the right, there is a table for "Construction du nuage de points" with columns "Axe X" and "Axe Y". A second red arrow points to the value 5.535 in the formula dialog box for the INDEX function, which also shows "Tableau" set to "DONNEES" and "No_col" set to 2. The dialog box also displays the result `= 5.535`.

INDEX

Tableau **DONNEES** = {7|5.535|0.113|7.3|

No_lig **B4** = 1

No_col **INDEXY** = 2

= 5.535

Renvoie une valeur ou la référence à une valeur à l'intérieur d'un tableau ou une plage de données.

Tableau est une plage de cellules ou une constante de matrice. Consultez l'aide pour plus d'information sur les constantes de matrices.

Résultat = 5.535

OK Annuler

27 Y4

28

29

30

31

32

33

24 Nuage de points \ Données et calculs /

Prêt

Axe X Axe Y

7.000 5.535

8.000 9.942

9.000 4.249

10.000 8.656

12.000 10.737

13.000 15.144

14.000 13.939

14.000 9.450

15.000 7.124

17.000 13.693

18.000 18.100

19.000 11.285

19.000 21.365

20.000 15.692

21.000 18.977

23.000 17.690

X

Axe X Axe Y

1 2

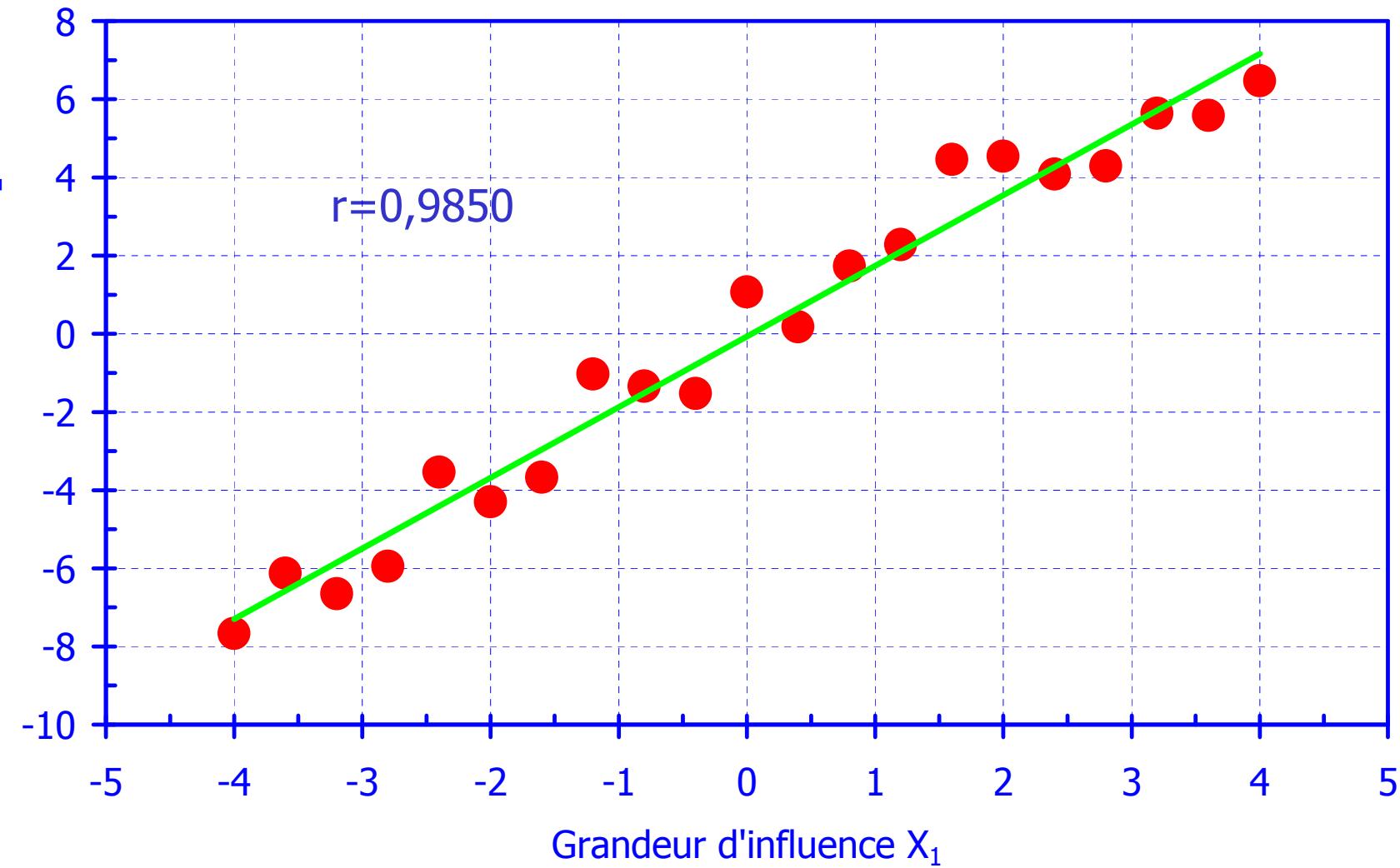
sifiant de corrélation

r 0.7857

X Y1

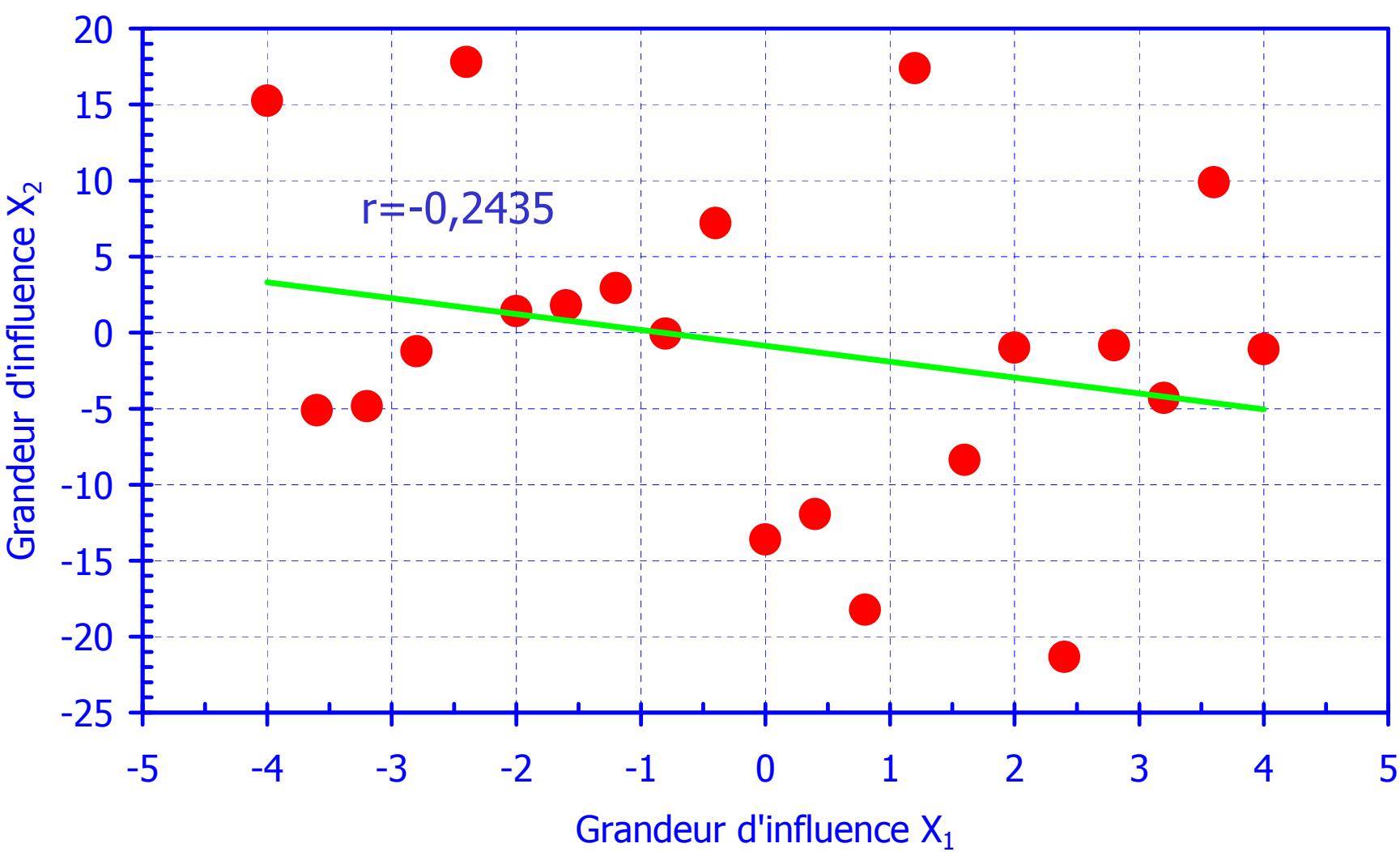
Réflexion sur la notion de corrélation ...

Exemples académiques ...



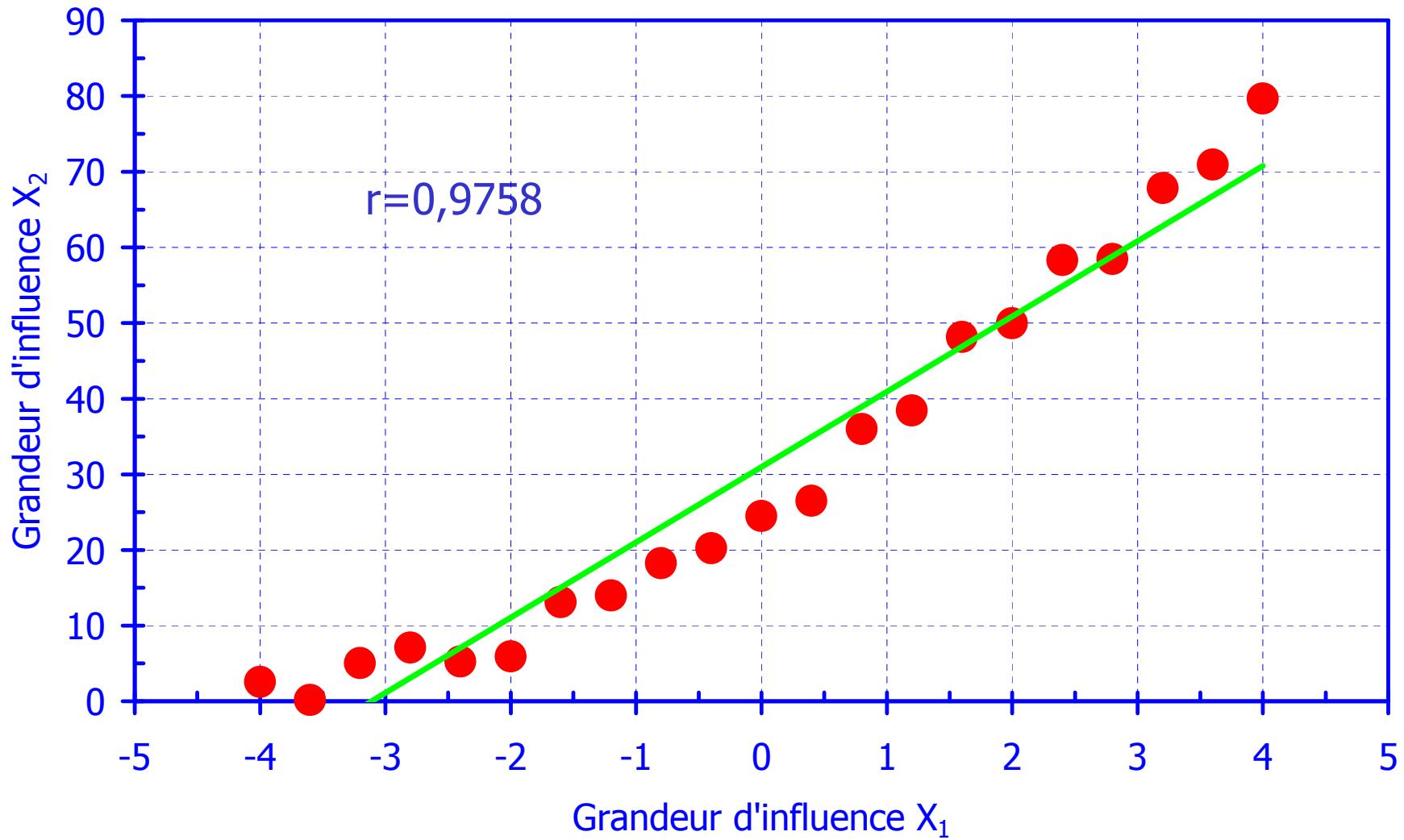
Réflexion sur la notion de corrélation ...

Exemples académiques ...



Réflexion sur la notion de corrélation ...

Exemples académiques ...



Réflexion sur la notion de corrélation ...

Exemples académiques ...

