

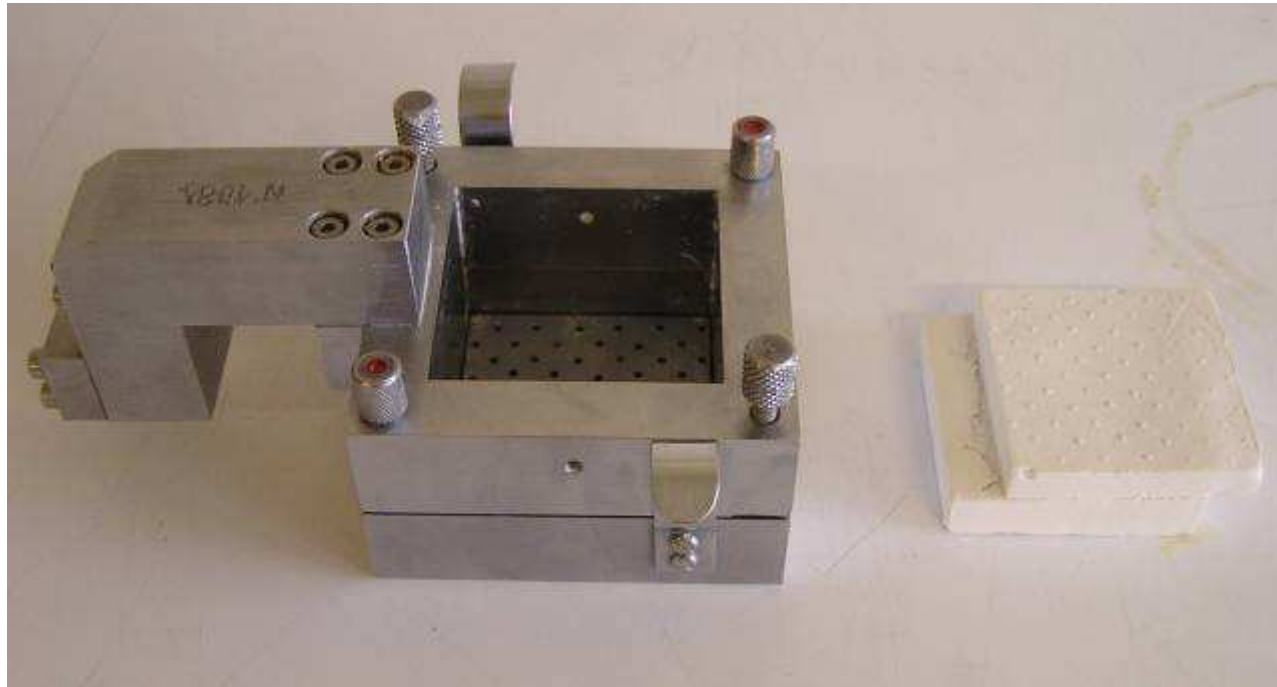
Les points essentiels :

- 1/ Les articulations de la méthode des moindres carrés
- 2/ Analyse de régression / analyse de variance
- 3/ Faire une prévision à l'aide du modèle

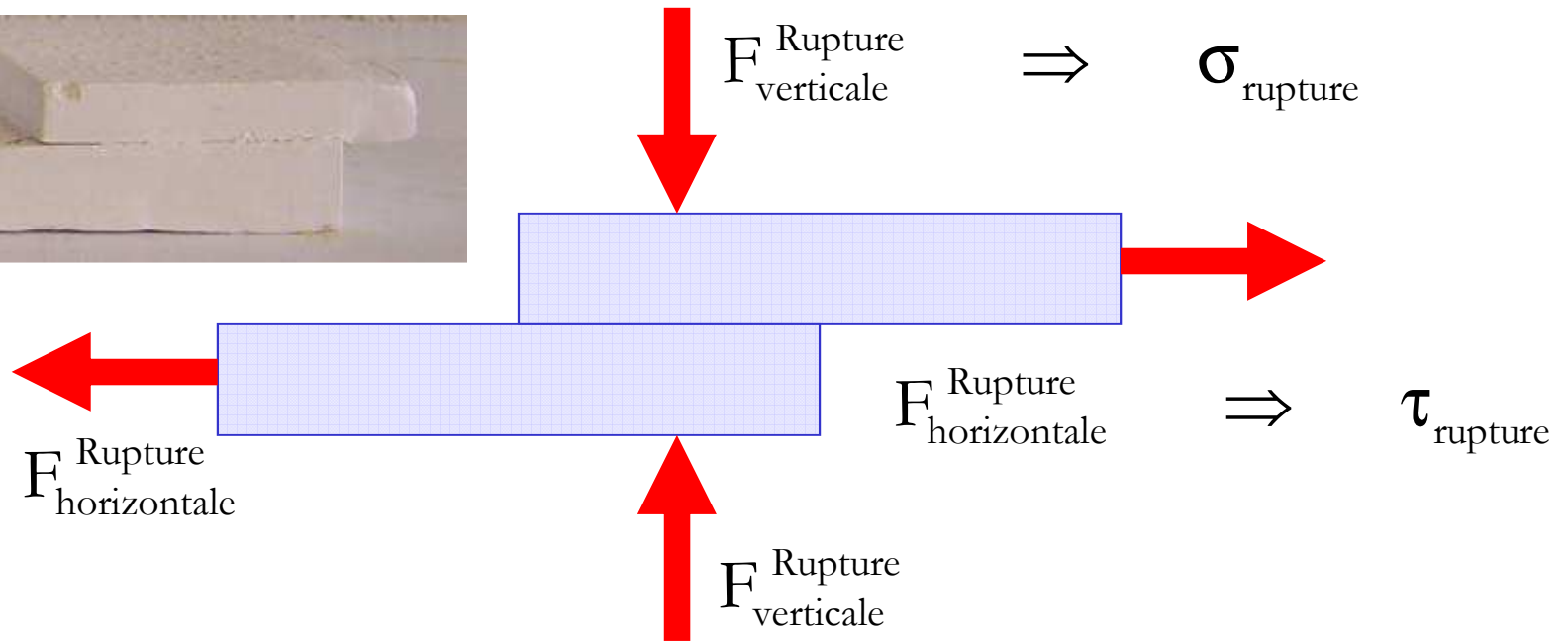
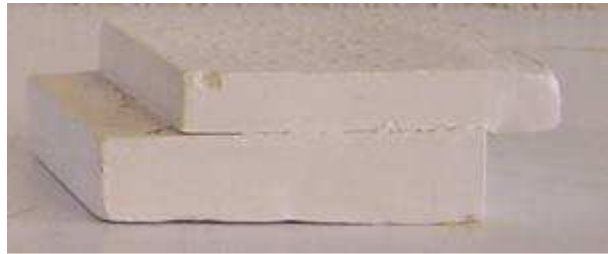
## Construction d'une droite de régression (2/2)...

François Louvet  
Ecole Nationale Supérieure de Céramique Industrielle  
47 – 73 Avenue Albert Thomas  
87065 Limoges Cedex  
francois.louvet@unilim.fr

# Cisaillement d'un matériau plastique



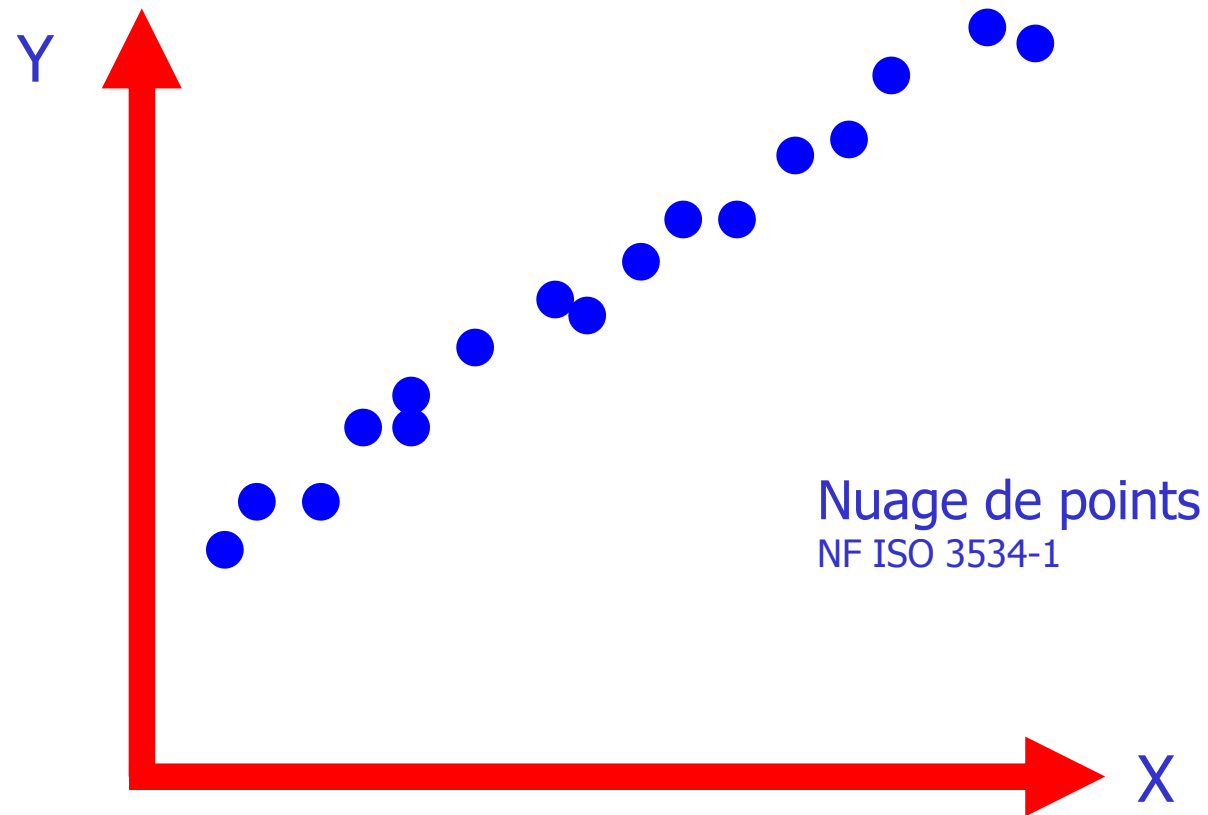
# Cisaillement d'un matériau plastique



$$\tau_{\text{rupture}} = C + \sigma_{\text{rupture}} \tan \phi \quad Y = \beta_0 + \beta_1 X$$

# Cisaillement d'un matériau plastique

- Contexte général



# Cisaillement d'un matériau plastique

Microsoft Excel - Exercice 16 - Droite de régression (2) - Corrigé

Fichier Edition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre ?

Tahoma 10 G I S

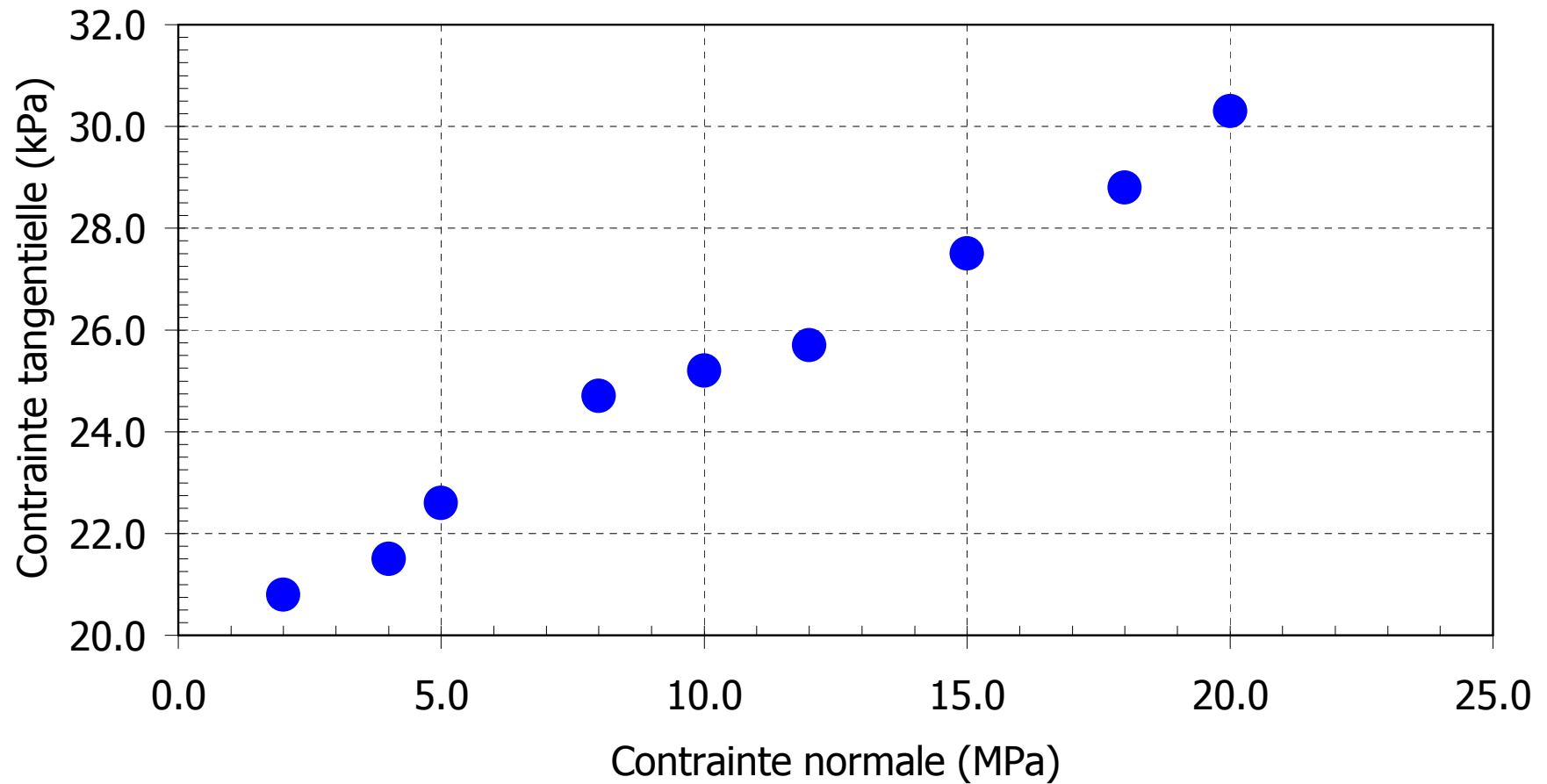
Dessin Formes automatiques

Données expérimentales			
N°	$\tau$ (kPa)	$\sigma$ (MPa)	
1	2.0	20.8	
2	4.0	21.5	
3	5.0	22.6	
4	8.0	24.7	
5	10.0	25.2	
6	12.0	25.7	
7	15.0	27.5	
8	18.0	28.8	
9	20.0	30.3	

Prêt

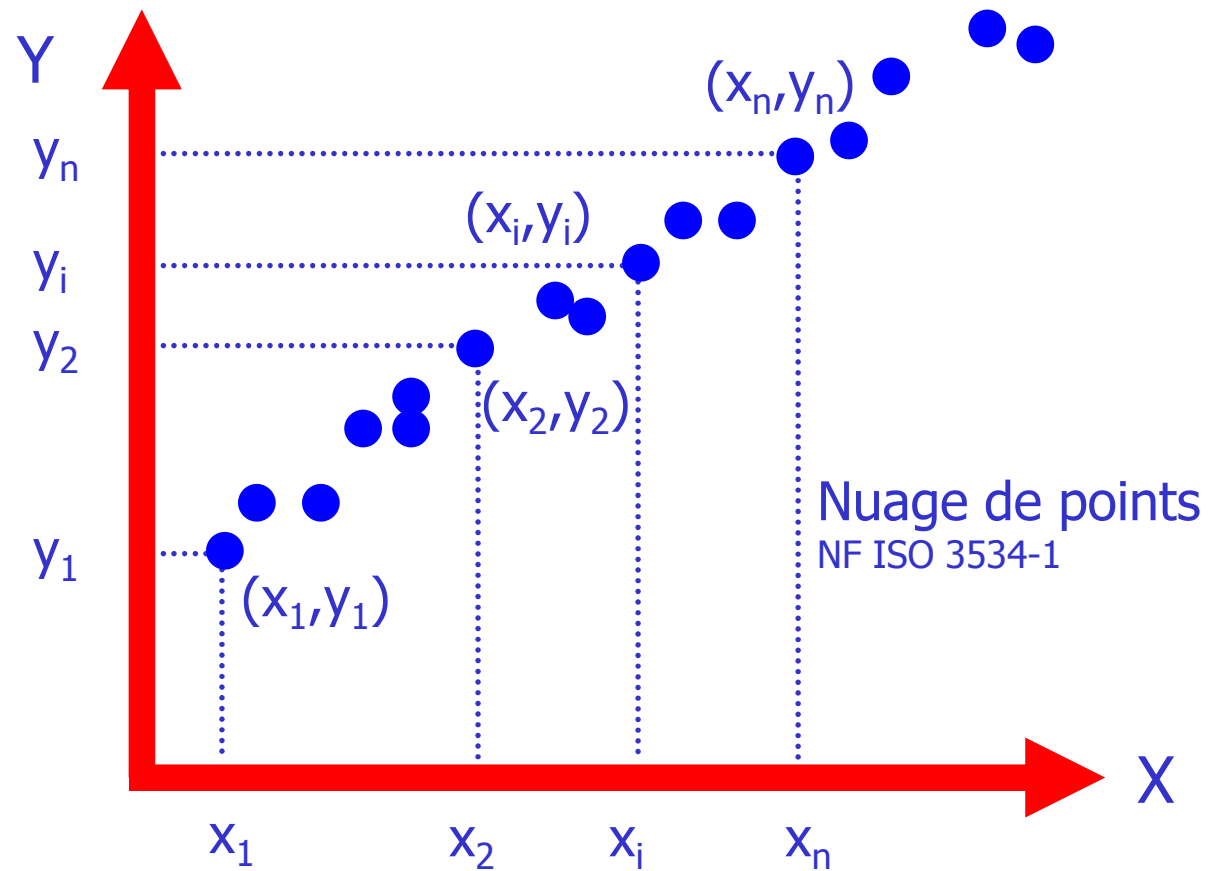
# Cisaillement d'un matériau plastique

Nuage de points



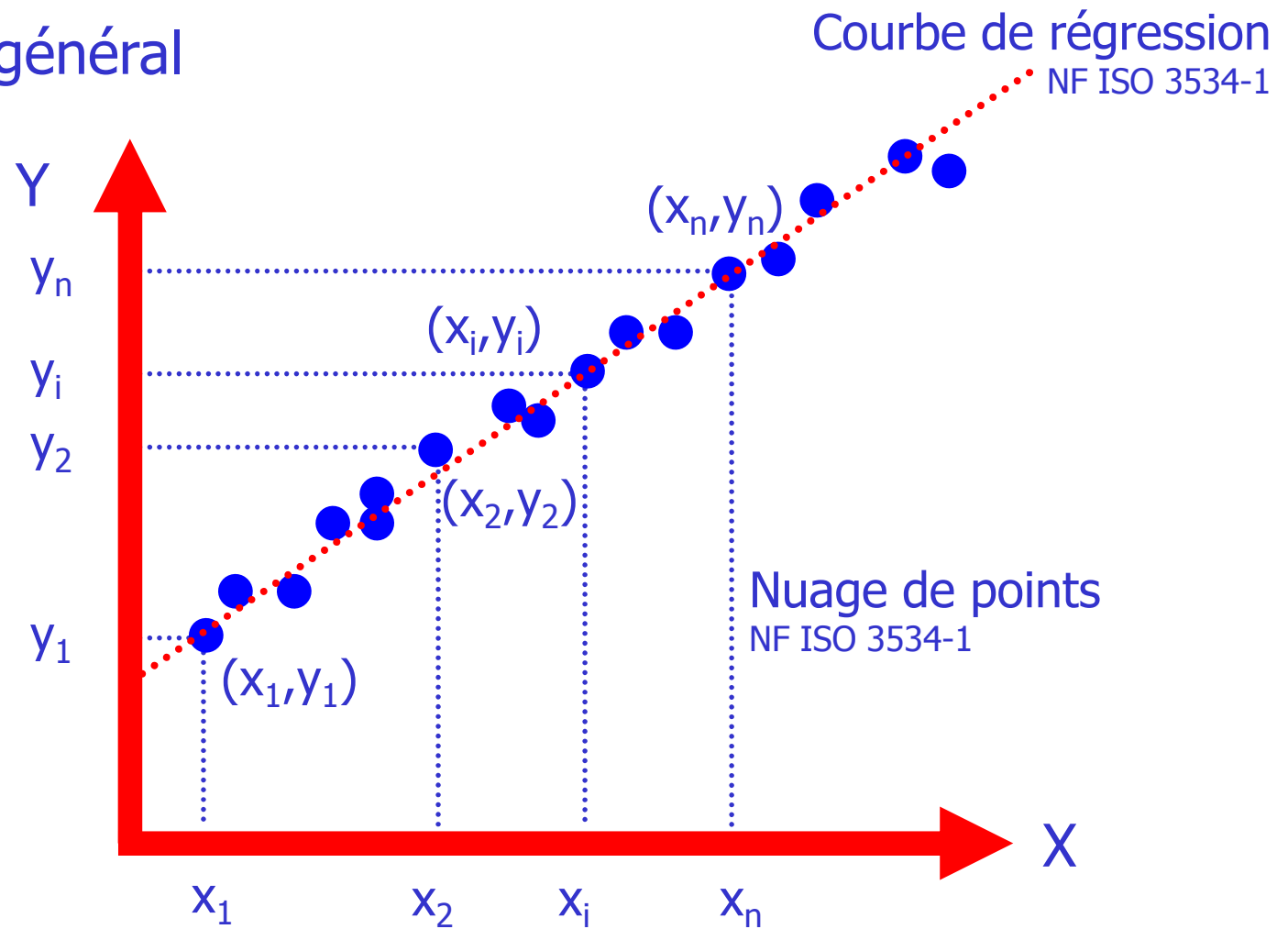
# Cisaillement d'un matériau plastique

- Contexte général



# Cisaillement d'un matériau plastique

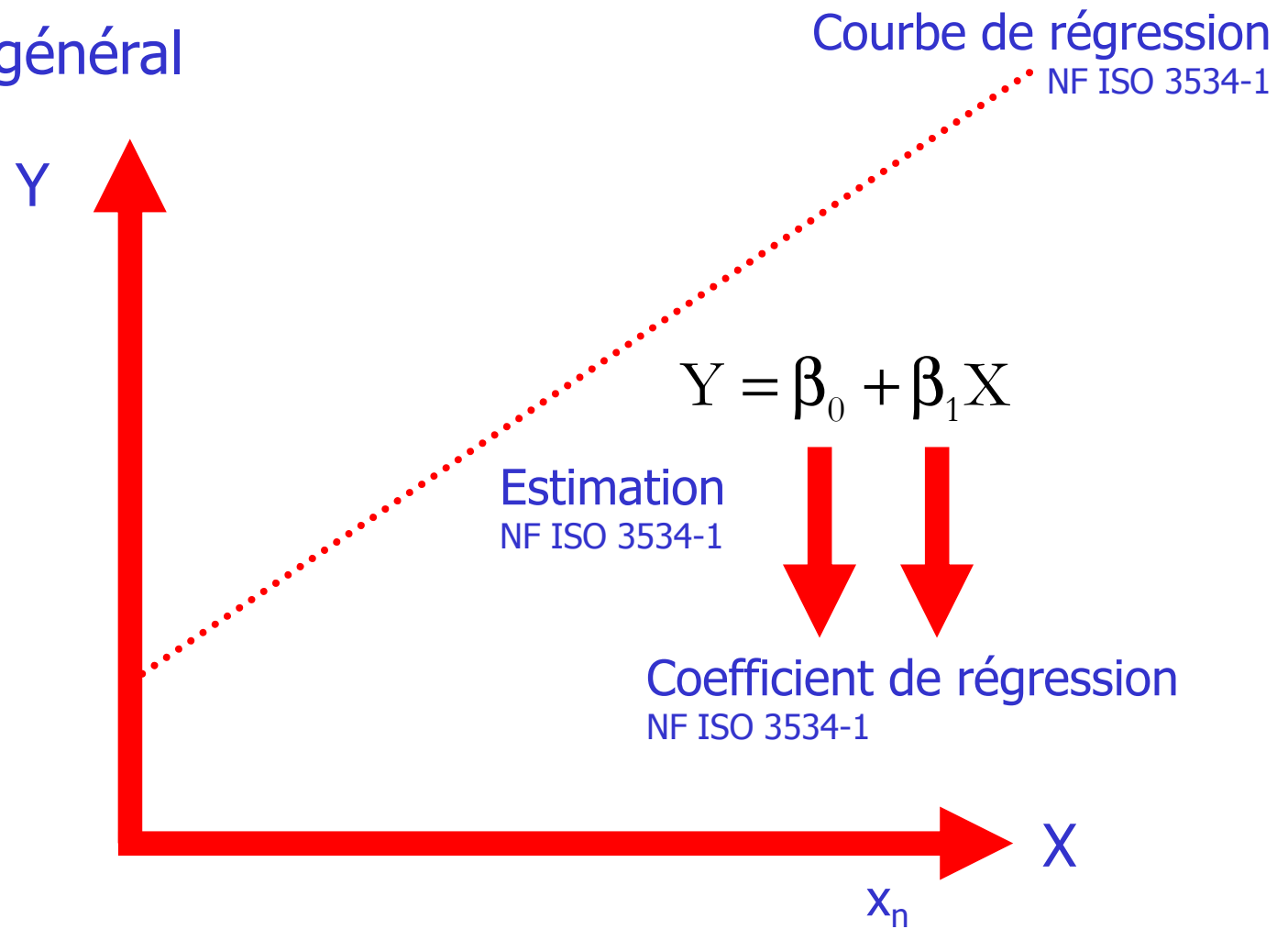
- Contexte général





# Cisaillement d'un matériau plastique

- Contexte général



# Cisaillement d'un matériau plastique

- Contexte général

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} y_1 = b_0 + b_1 x_1 + e_1 \\ y_2 = b_0 + b_1 x_2 + e_2 \\ \dots \\ y_i = b_0 + b_1 x_i + e_i \\ \dots \\ y_n = b_0 + b_1 x_n + e_n \end{array} \right.$$

# Cisaillement d'un matériau plastique

- Contexte général

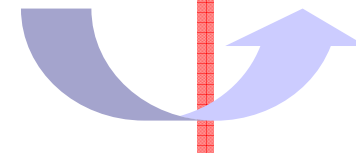
$$\begin{cases} y_1 = b_0 + b_1 x_1 + e_1 \\ y_2 = b_0 + b_1 x_2 + e_2 \\ \dots \\ y_i = b_0 + b_1 x_i + e_i \\ \dots \\ y_n = b_0 + b_1 x_n + e_n \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_i \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \dots & \dots \\ 1 & x_i \\ \dots & \dots \\ 1 & x_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_i \\ \dots \\ e_n \end{pmatrix}$$

Résidu  
ISO 3534-3

n couples  
d'observations

(n+2)  
inconnues

Méthode des moindres carrés  
ISO 3534-3



# Cisaillement d'un matériau plastique

- Contexte général

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_i \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \dots & \dots \\ 1 & x_i \\ \dots & \dots \\ 1 & x_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_i \\ \dots \\ e_n \end{pmatrix}$$

Résidu  
ISO 3534-3

$$\Rightarrow e_i = y_i - (b_0 + b_1 x_i)$$

Méthode des  
moindres carrés  
ISO 3534-3

Minimiser  $SCE = \sum_{i=1}^n e_i^2$

# Cisaillement d'un matériau plastique

- Contexte général

Minimiser  $SCE = \sum_{i=1}^n e_i^2$



$$\begin{cases} \frac{\partial SCE}{\partial b_0} = 0 \\ \frac{\partial SCE}{\partial b_1} = 0 \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 SCE}{\partial b_0^2} > 0 \\ \frac{\partial^2 SCE}{\partial b_1^2} > 0 \end{cases}$$

# Cisaillement d'un matériau plastique

- Contexte général

$$\begin{cases} \frac{\partial \text{SCE}}{\partial b_0} = 0 \\ \frac{\partial \text{SCE}}{\partial b_1} = 0 \end{cases} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i = nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i = b_0 \sum_{i=1}^n x_i + b_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{cases}$$

# Cisaillement d'un matériau plastique

- Contexte général

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \text{SCE}}{\partial b_0} = 0 \\ \frac{\partial \text{SCE}}{\partial b_1} = 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} b_0 = \frac{\left( \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right) - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n x_i y_i \right)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \\ b_1 = \frac{n \left( \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \end{array} \right.$$



Estimateur  
NF ISO 3534-1

# Cisaillement d'un matériau plastique

- Ordonnée à l'origine



$$b_0 = \frac{\left( \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right) - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n x_i y_i \right)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$$

ORDONNEE.ORIGINE

Y\_connus  = matrice

X\_connus  = matrice

=

Calcule le point auquel une droite va croiser l'axe des y en traçant une droite de régression linéaire d'après les valeurs connues de x et de y.

**Y\_connus** représente la série dépendante d'observations ou de données et peut être un nombre, un nom, une matrice, ou une référence qui contient des nombres.

?

Résultat =



# Cisaillement d'un matériau plastique

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

N°	$\tau$ (kPa)	$\sigma$ (MPa)
1	2.0	20.8
2	4.0	21.5
3	5.0	22.6
4	8.0	24.7
5	10.0	25.2
6	12.0	25.7
7	15.0	27.5
8	18.0	28.8
9	20.0	30.3
Moyenne	25.2333	

The dialog box 'ORDONNEE.ORIGINE' displays the following information:

- Y\_connus**: D4:D12 = {20.8;21.5;22.6;24.7;25.2;25.7;27.5;28.8;30.3}
- X\_connus**: C4:C12 = {2;4;5;8;10;12;15;18;20}
- Résultat**: 19.8984

The dialog box also includes a description: "Calcule le point auquel une droite va croiser l'axe des y en traçant une droite de régression linéaire d'après les valeurs connues de x et de y." and a note: "Y\_connus représente la série dépendante d'observations ou de données et peut être un nombre, un nom, une matrice, ou une référence qui contient des nombres."

# Cisaillement d'un matériau plastique

- Pente

$$b_1 = \frac{n \left( \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$$



PENTE

Y\_connus  = matrice

X\_connus  = matrice

=

Renvoie la pente d'une droite de régression linéaire.

**Y\_connus** représente une matrice ou une plage de cellules d'observations numériques dépendantes, et peut être des nombres, des noms, des matrices, ou des références qui contiennent des nombres.

?

Résultat =

OK    Annuler

# Cisaillement d'un matériau plastique

Microsoft Excel - Exercice 16 - Droite de régression (2) - Corrigé

Fichier Edition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre ?

Tahoma 10 G I S

Dessin Formes automatiques

D24 = =PENTE(D4:D12;C4:C12)

Données expérimentales												
	N°	$\tau$ (kPa)	$\sigma$ (MPa)	Y calcul	Résidu							
1	1	2.0	20.8	20.9200	-0.1200							
2												
3	2	4.0	21.5	21.9416	-0.4416							
4	3	5.0	22.6	22.4524	0.1476							
5	4	8.0	24.7	23.9847	0.7153							
6	5	10.0	25.2	25.0063	0.1937							
7	6	12.0	25.7	26.0279	-0.3279							
8	7	15.0	27.5	27.5603	-0.0603							
9	8	18.0	28.8	29.0926	-0.2926							
10	9	20.0	30.3									
11												
12												
13												
14		Moyenne	25.2333									
15												
Analyse mathématique												
16												
17												
18		Coefficient $b_0$										
19												
20				19.8984								
21												
22		Coefficient $b_1$										
23												
24				0.5108								
25												
26												
27												
28												
29												
30												
31												
32												
33												

PENTE

Y\_connus D4:D12 = {20.8;21.5;22.6;24

X\_connus C4:C12 = {2;4;5;8;10;12;15;:

= 0.510791117

Renvoie la pente d'une droite de régression linéaire.

Y\_connus représente une matrice ou une plage de cellules d'observations numériques dépendantes, et peut être des nombres, des noms, des matrices, ou des références qui contiennent des nombres.

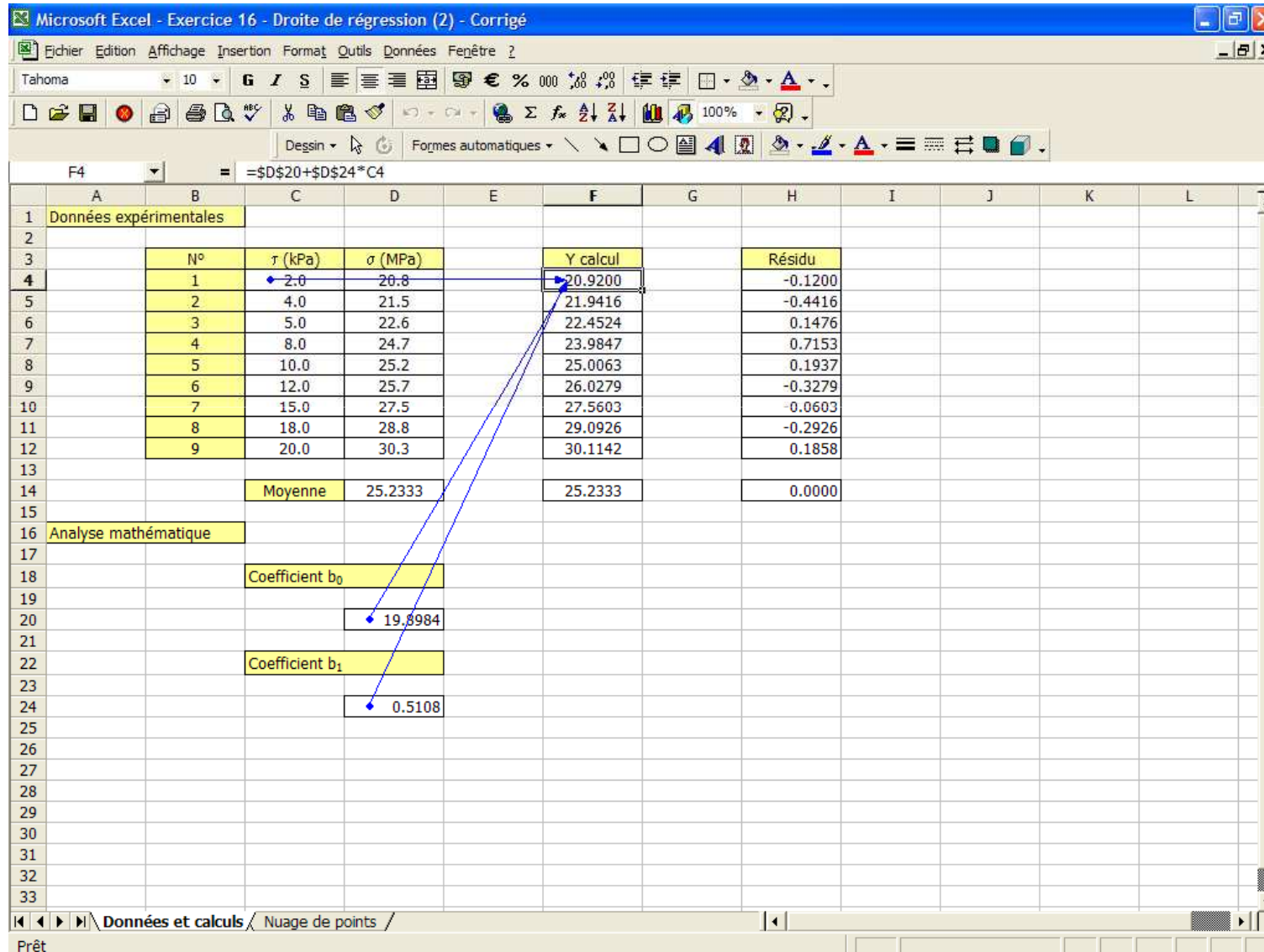
Résultat = 0.5108

OK Annuler

Données et calculs / Nuage de points /

Prêt

# Cisaillement d'un matériau plastique



# Cisaillement d'un matériau plastique

Microsoft Excel - Exercice 17 - Droite de régression (2) - Corrigé

Fichier Edition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre ?

Tahoma 10 G I S

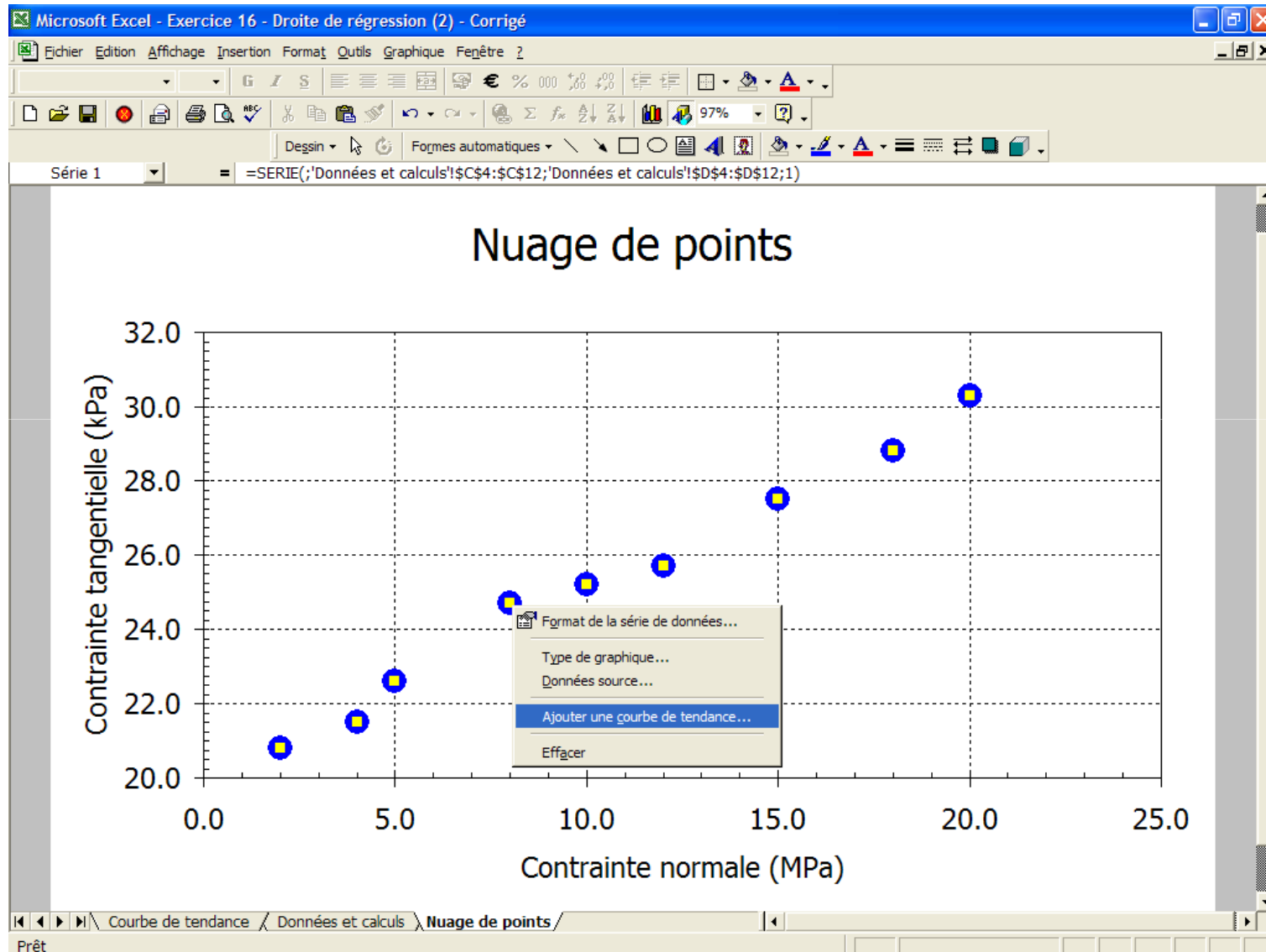
Dessin Formes automatiques

A22 = ANALYSE DES RÉSIDUS

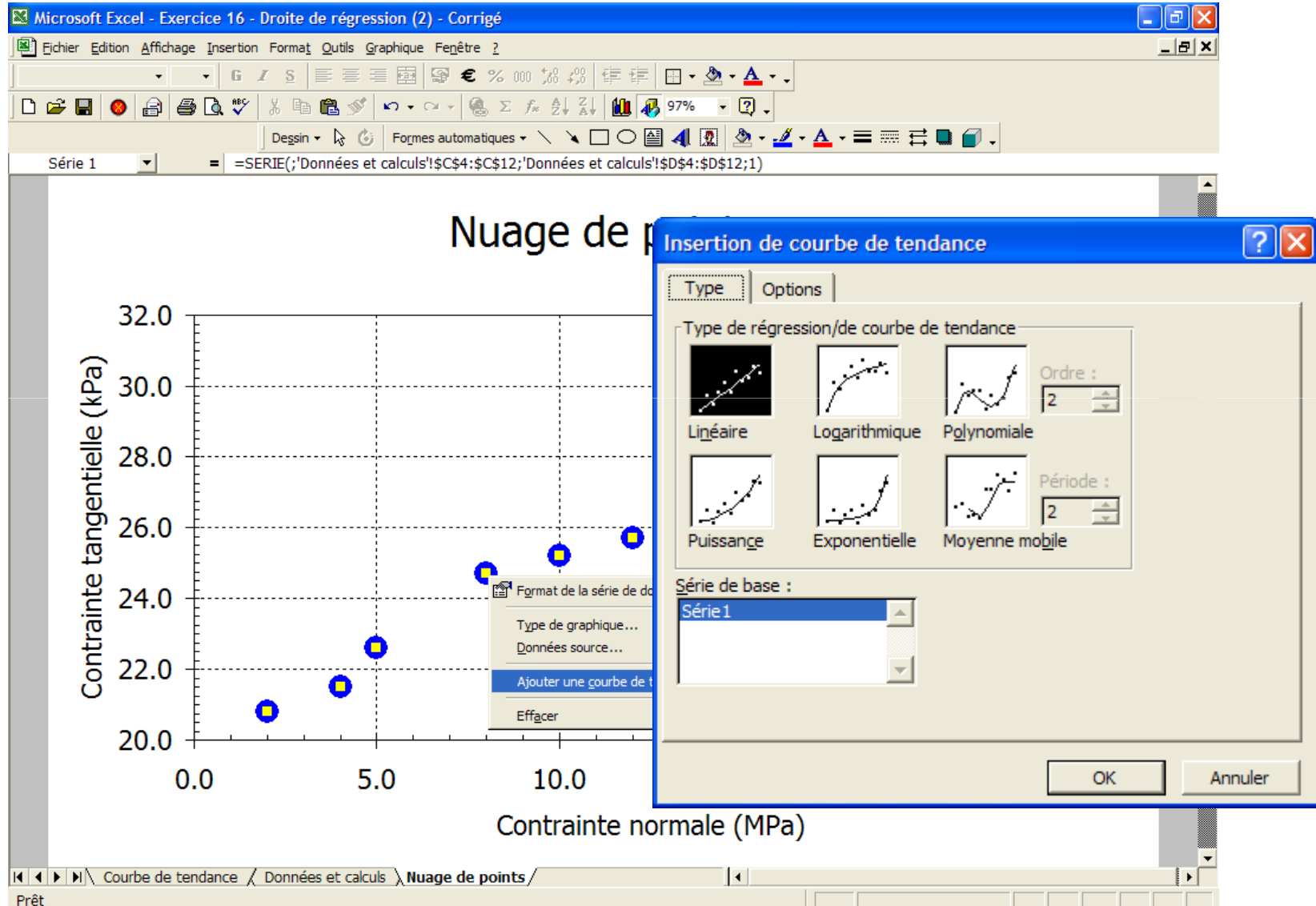
	A	B	C	D	E	F
22	ANALYSE DES RÉSIDUS					
23						
24	<i>Observation</i>	<i>Prévisions pour Y</i>	<i>Résidus</i>			
25	1	20.91998612	-0.119986121			
26	2	21.94156836	-0.441568355			
27	3	22.45235947	0.147640527			
28	4	23.98473282	0.715267176			
29	5	25.00631506	0.193684941			
30	6	26.02789729	-0.327897294			
31	7	27.56027065	-0.060270645			
32	8	29.092644	-0.292643997			
33	9	30.11422623	0.185773768			
34						
35						
36						
37						
38						
39						
40						
41						
42						
43						
44						
45						
46						
47						
48						
49						
50						
51						
52						
53						
54						

Prêt

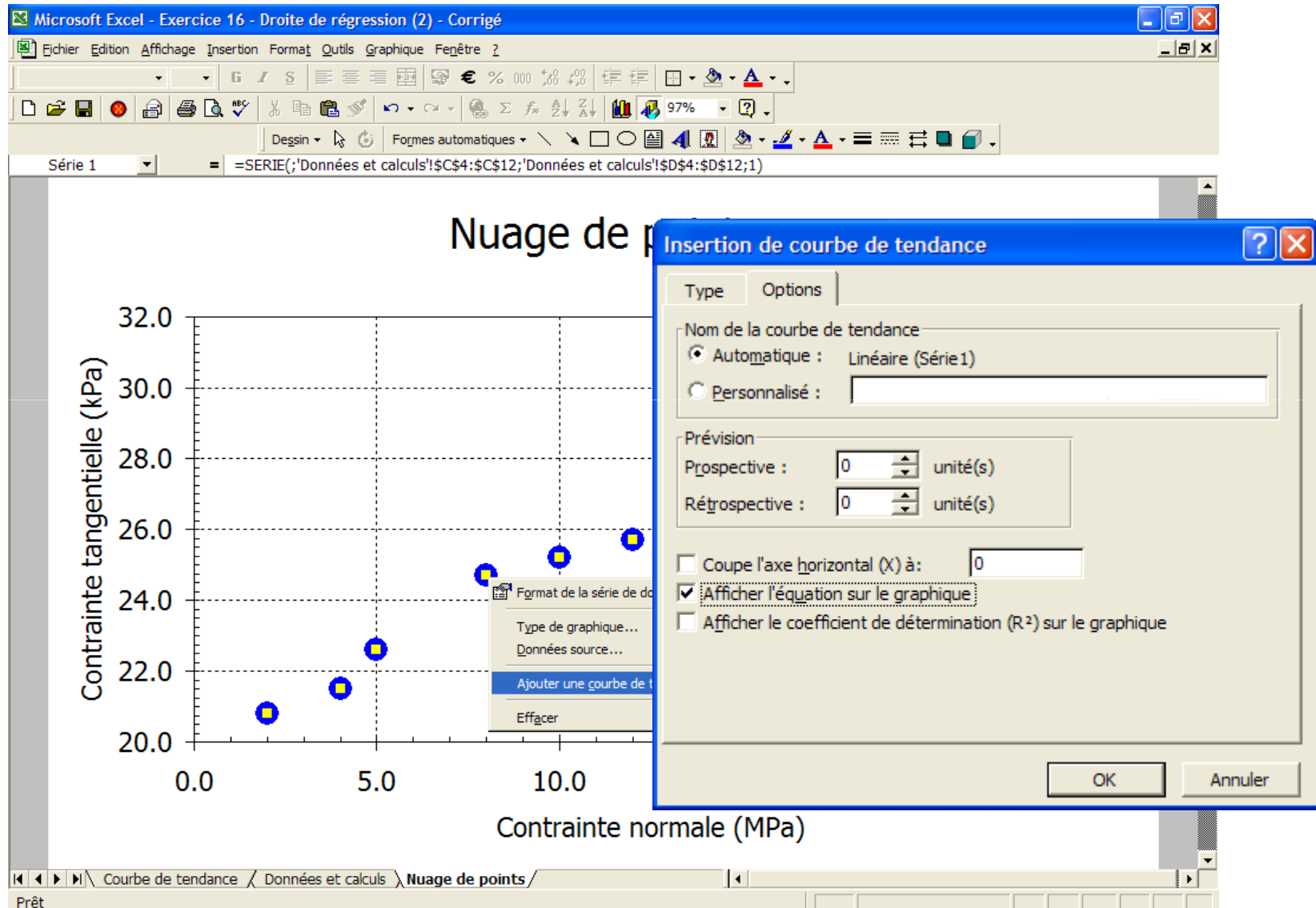
# Cisaillement d'un matériau plastique



# Cisaillement d'un matériau plastique



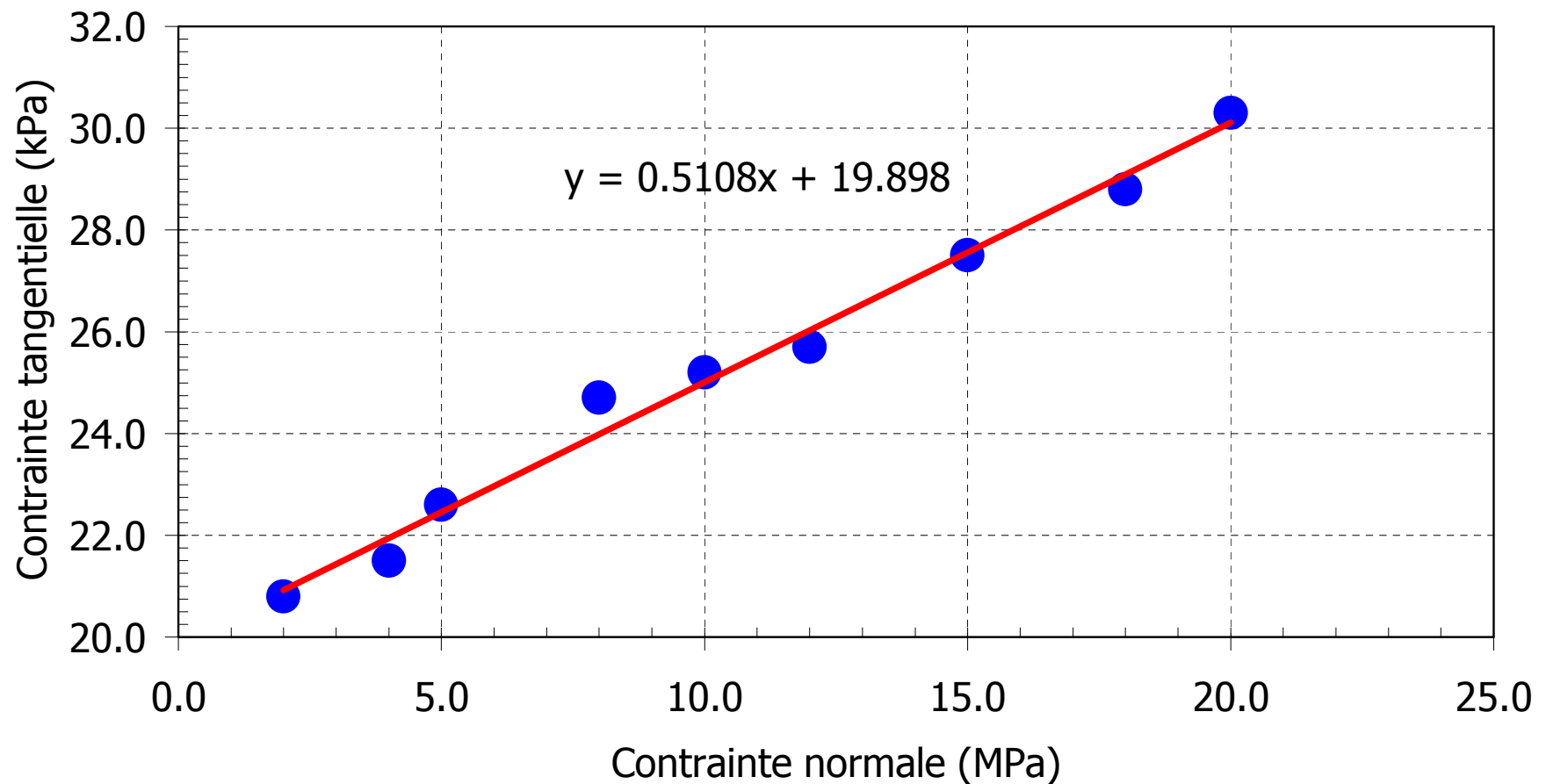
# Cisaillement d'un matériau plastique





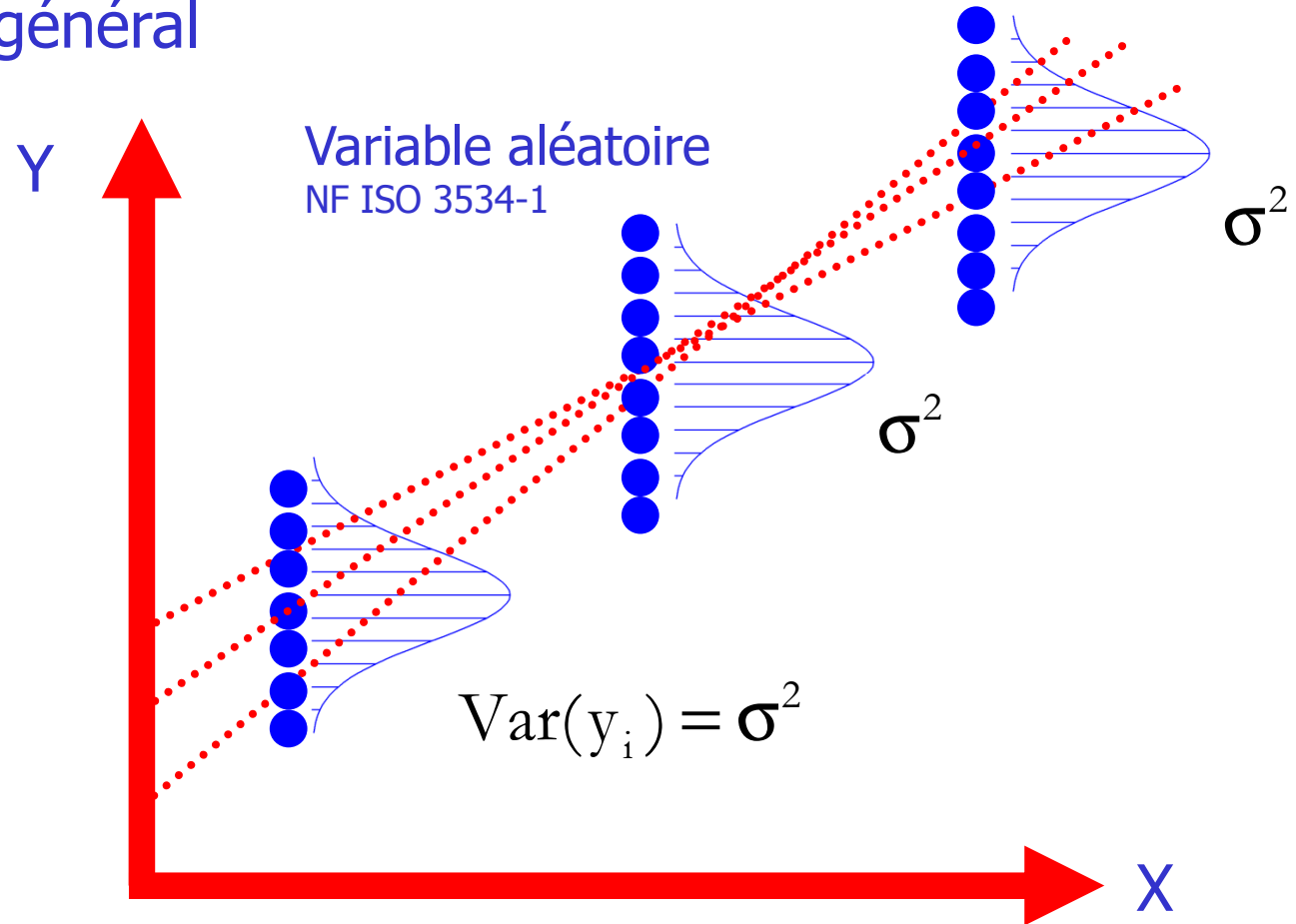
# Cisaillement d'un matériau plastique

Nuage de points



# Cisaillement d'un matériau plastique

- Contexte général



# Cisaillement d'un matériau plastique

- Contexte général

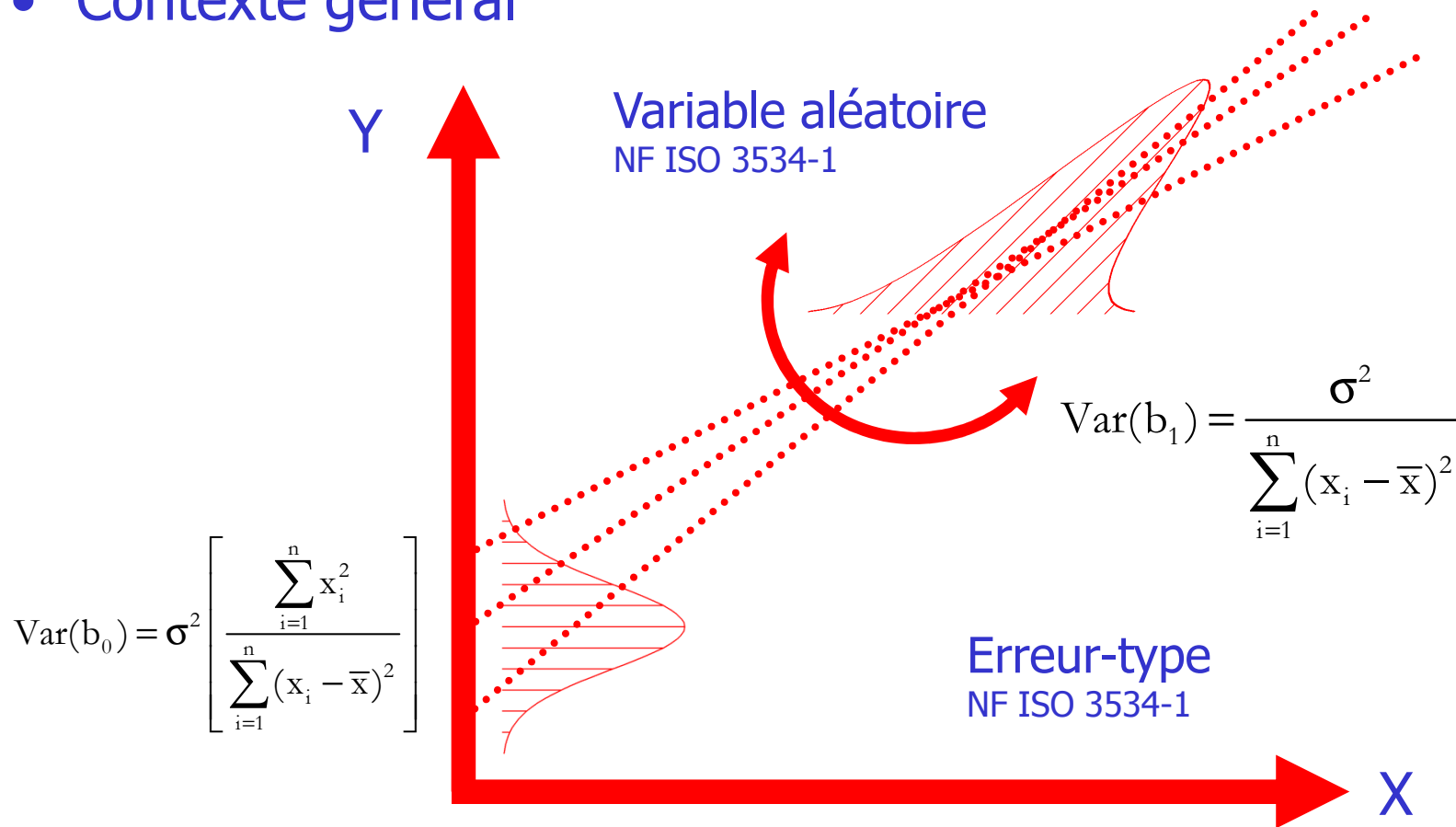
Erreur-type  
NF ISO 3534-1



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Var}(b_0) = \sigma^2 \left[ \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right] \\ \text{Var}(b_1) = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \end{array} \right.$$

# Cisaillement d'un matériau plastique

- Contexte général



# Cisaillement d'un matériau plastique

Microsoft Excel - Exercice 16 - Droite de régression (2) - Corrigé

Fichier Edition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre ?

Tahoma 10 G I S

Dessin Formes automatiques

J3 = {=DROITEREG(D4:D12;C4:C12;VRAI;VRAI)}

Données expérimentales				Analyse statistique			
	N°	$\tau$ (kPa)	$\sigma$ (MPa)	Y calcul	Résidu		
1	1	2.0	20.8	20.9200	-0.1200	0.5108	19.8984
2	2	4.0	21.5	21.9416	-0.4416	0.0212	0.2555
3	3	5.0	22.6	22.4524	0.1476	0.9880	0.3802
4	4	8.0	24.7	23.9847	0.7153	578.1327	7.0000
5	5	10.0	25.2	25.0063	0.1937	83.5484	1.0116
6	6	12.0	25.7	26.0279	-0.3279		
7	7	15.0	27.5	27.5603	0.0603		
8	8	18.0	28.8				
9	9	20.0	30.3				
Moyenne			25.2333				

Analyse mathématique

Coefficient  $b_0$

19.8984

Coefficient  $b_1$

0.5108

Ctrl+Shift+Enter

**DROITEREG**

Y\_connus D4:D12 = {20.8;21.5;22.6;24

X\_connus C4:C12 = {2;4;5;8;10;12;15;:

Constante VRAI = VRAI

Statistiques VRAI = VRAI

= {0.510791117279666}\19

Renvoie une matrice qui décrit une droite de corrélation pour vos données, calculée avec la méthode des moindres carrés.

Y\_connus est la série des valeurs y déjà déterminées par la relation  $y = m x + b$ .

Résultat = 0.5108

OK Annuler

Prêt Somme=691.7468

## Cisaillement d'un matériau plastique

## Analyse statistique

0.5108	19.8984
0.0212	0.2555
0.9880	0.3802
578.1327	7.0000
83.5484	1.0116

  $b_0$ 


$$b_0 = \frac{\left( \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right) - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n x_i y_i \right)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$$

# Cisaillement d'un matériau plastique

## Analyse statistique

0.5108	19.8984
0.0212	0.2555
0.9880	0.3802
578.1327	7.0000
83.5484	1.0116

$\sqrt{\text{Var}(b_0)}$



$$s(b_0) = \sqrt{\sigma^2 \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}} = s_r \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}}$$

# Cisaillement d'un matériau plastique

## Analyse statistique

$b_1$  

0.5108	19.8984
0.0212	0.2555
0.9880	0.3802
578.1327	7.0000
83.5484	1.0116

$$b_1 = \frac{n \left( \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$$



## Cisaillement d'un matériau plastique

## Analyse statistique

 $\sqrt{\text{Var}(b_1)}$ 

0.5108	19.8984
0.0212	0.2555
0.9880	0.3802
578.1327	7.0000
83.5484	1.0116

$$s(b_1) = \sqrt{\frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} = s_r \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$$

# Cisaillement d'un matériau plastique

## Analyse statistique

$R^2$



0.5108	19.8984
0.0212	0.2555
0.9880	0.3802
578.1327	7.0000
83.5484	1.0116

$$R^2 = \frac{SCM}{SCT} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

# Cisaillement d'un matériau plastique

Microsoft Excel - Exercice 16 - Droite de régression (2) - Corrigé

Formule en K11:  $=\text{COEFFICIENT.DETERMINATION}(D4:D12;C4:C12)$

Données expérimentales					Analyse statistique				
N°	$\tau$ (kPa)	$\sigma$ (MPa)	Y calcul	Résidu					
1	2.0	20.8	20.9200	-0.1200	0.5108	19.8984			
2	4.0	21.5	21.9416	-0.44	0.0212	.2555			
3	5.0	22.6	22.4524	0.1476	0.9880	.3802			
4	8.0	24.7	23.9847	0.7153	578.1327	.000			
5	10.0	25.2	25.0063	0.1937	83.5484	.0116			
6	12.0	25.7	26.0279	-0.3279					
7	15.0	27.5	27.5603	-0.0603					
8	18.0	28.8	29.0926	-0.2926					
9	20.0	30.3	30.1142	0.1858					
Moyenne		25.2333	25.2333	0.0000					

Analyse mathématique	
Coefficient $b_0$	19.8984
Coefficient $b_1$	0.5108

**COEFFICIENT.DETERMINATION**

**Y\_connus** D4:D12 = {20.8;21.5;22.6;24

**X\_connus** C4:C12 = {2;4;5;8;10;12;15;:

= 0.988036902

Renvoie la valeur du coefficient de détermination  $R^2$  d'une régression linéaire.

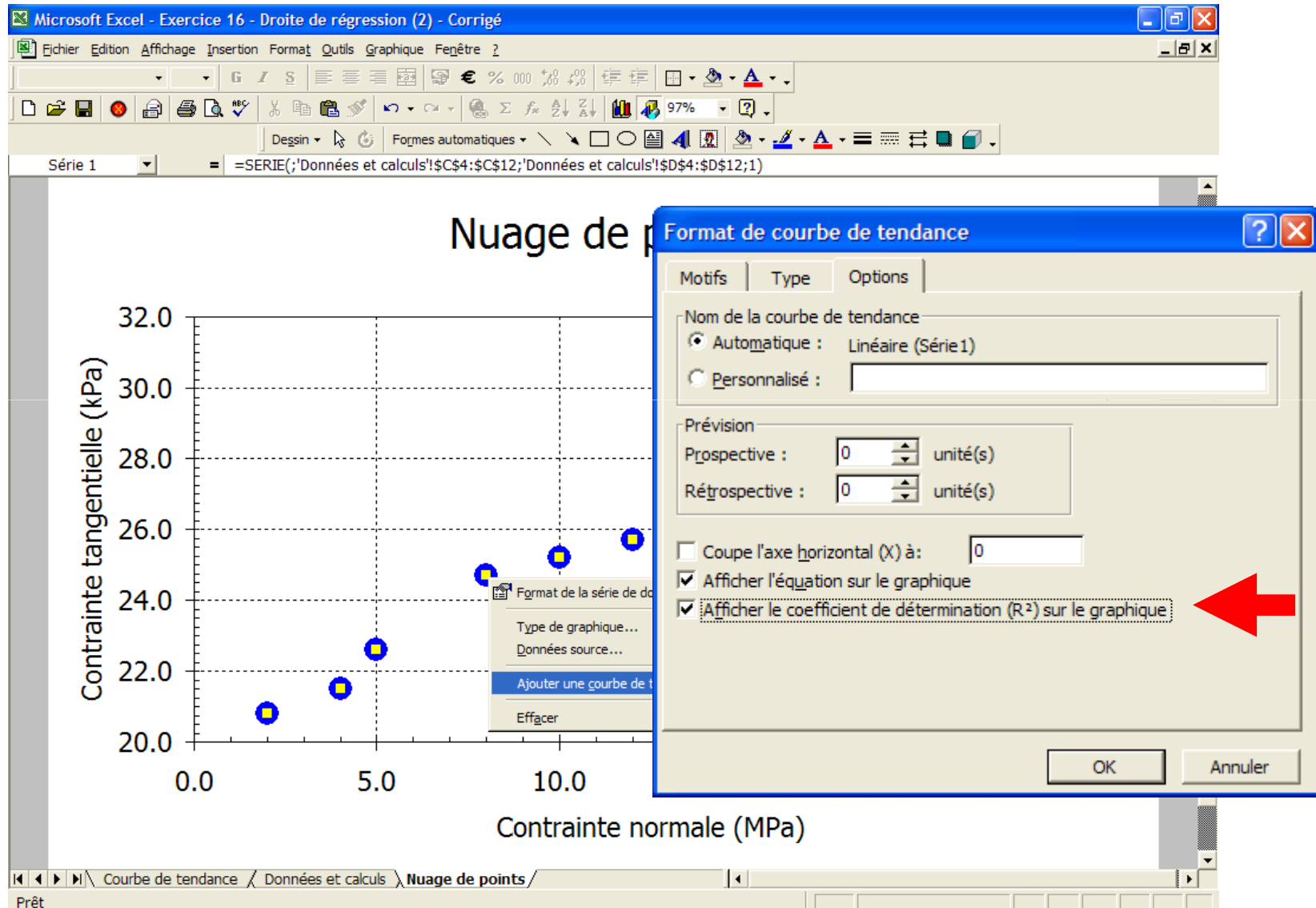
**Y\_connus** représente une matrice ou une plage d'observations et peut être des nombres, des noms, des matrices, ou des références contenant des nombres.

Résultat = 0.9880

OK    Annuler

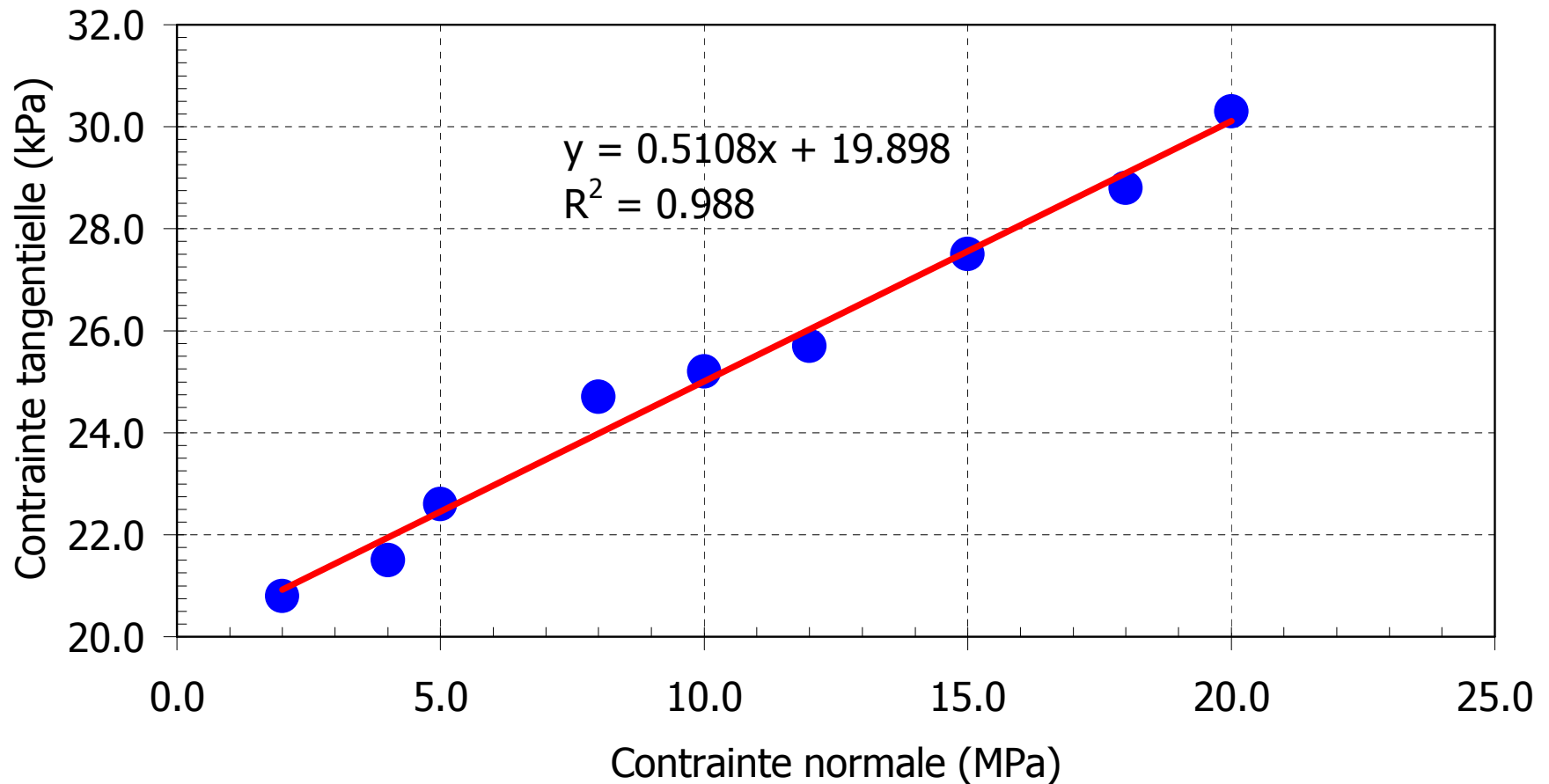
Prêt

# Cisaillement d'un matériau plastique



# Cisaillement d'un matériau plastique

Nuage de points



# Cisaillement d'un matériau plastique

Microsoft Excel - Exercice 16 - Droite de régression (2) - Corrigé

Fichier Edition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre ?

Tahoma 10 G I S

Dessin Formes automatiques

B5 = 0.988036901802005

	A	B	C	D	E	F
1	RAPPORT DÉTAILLÉ					
2						
3	<i>Statistiques de la régression</i>					
4	Coefficient de détermination multiple	0.994000454				
5	Coefficient de détermination R^2	0.988036902				
6	Coefficient de détermination R^2	0.986327888				
7	Erreur-type	0.380150268				
8	Observations	9				
9						
10	ANALYSE DE VARIANCE					
11		<i>Degré de liberté</i>	<i>Somme des carrés</i>	<i>Moyenne des carrés</i>	<i>F</i>	<i>Valeur critique de F</i>
12	Régression	1	83.54840042	83.54840042	578.1327043	5.4754E-08
13	Résidus	7	1.011599584	0.144514226		
14	Total	8	84.56			
15						
16		<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%</i>
17	Constante	19.89840389	0.255513473	77.87614352	1.51491E-11	19.29421096
18	Variable X 1	0.510791117	0.021243671	24.04439029	5.4754E-08	0.460557854
19						
20						
21						
22	ANALYSE DES RÉSIDUS					
23						
24	<i>Observation</i>	<i>Prévisions pour Y</i>	<i>Résidus</i>			
25	1	20.91998612	-0.119986121			
26	2	21.94156836	-0.441568355			
27	3	22.45235947	0.147640527			
28	4	23.98473282	0.715267176			
29	5	25.00631506	0.193684941			
30	6	26.02789729	-0.327897294			
31	7	27.56027065	-0.060270645			
32	8	29.092644	-0.292643997			
33	9	30.11422623	0.185773768			

Prêt

# Cisaillement d'un matériau plastique

## Analyse statistique

0.5108	19.8984
0.0212	0.2555
0.9880	0.3802
578.1327	7.0000
83.5484	1.0116

  $s_r$

$$s_r = \sqrt{\frac{\text{SCE}}{n-p}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p}}$$

# Cisaillement d'un matériau plastique

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data and calculations:

Données expérimentales						Analyse statistique	
	N°	$\tau$ (kPa)	$\sigma$ (MPa)	Y calcul	Résidu		
1	1	2.0	20.8	20.9200	-0.1200	0.5108	19.8984
2	2	4.0	21.5	21.9416	-0.4416	0.0212	0.2555
3	3	5.0	22.6	22.4524	0.1476	0.9880	0.3802
						578.1327	7.0000
						83.5484	1.0116
						Coefficient de détermination	
						R <sup>2</sup>	0.9880
						Ecart-type résiduel	
						s <sub>r</sub>	0.3802
						Prévisions	
		$\tau$ (kPa)		Y calcul			
28		2.0		20.9199861			
29		3.0		21.4307772			
30		4.0		21.9415684			
31		5.0		22.4523595			

The dialog box for the **ERREUR.TYPE.XY** function shows the following configuration:

- Y\_connus:** D4:D12 = {20.8;21.5;22.6;24}
- X\_connus:** C4:C12 = {2;4;5;8;10;12;15;:}
- Result:** = 0.380150268

The dialog box also includes the text: "Renvoie l'erreur type de la valeur y prévue pour chaque x de la régression." and "X\_connus représente une matrice ou une plage d'observations indépendantes, et peut être un nombre, un nom, une matrice, ou une référence qui contient des nombres."



# Cisaillement d'un matériau plastique

Microsoft Excel - Exercice 17 - Droite de régression (2) - Corrigé

Fichier Edition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre ?

Tahoma 10 G I S

B7 = 0.380150267962268

	A	B	C	D	E	F
1	RAPPORT DÉTAILLÉ					
2						
3	<i>Statistiques de la régression</i>					
4	Coefficient de détermination multiple	0.994000454				
5	Coefficient de détermination R^2	0.988036902				
6	Coefficient de détermination R^2	0.986327888				
7	Erreur-type	0.380150268				
8	Observations	9				
9						
10	ANALYSE DE VARIANCE					
11		<i>Degré de liberté</i>	<i>Somme des carrés</i>	<i>Moyenne des carrés</i>	<i>F</i>	<i>Valeur critique de F</i>
12	Régression	1	83.54840042	83.54840042	578.1327043	5.4754E-08
13	Résidus	7	1.011599584	0.144514226		
14	Total	8	84.56			
15						
16		<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%</i>
17	Constante	19.89840389	0.255513473	77.87614352	1.51491E-11	19.29421096
18	Variable X 1	0.510791117	0.021243671	24.04439029	5.4754E-08	0.460557854
19						
20						
21						
22	ANALYSE DES RÉSIDUS					
23						
24	<i>Observation</i>	<i>Prévisions pour Y</i>	<i>Résidus</i>			
25	1	20.91998612	-0.119986121			
26	2	21.94156836	-0.441568355			
27	3	22.45235947	0.147640527			
28	4	23.98473282	0.715267176			
29	5	25.00631506	0.193684941			
30	6	26.02789729	-0.327897294			
31	7	27.56027065	-0.060270645			
32	8	29.092644	-0.292643997			
33	9	30.11422623	0.185773768			

Prêt

# Cisaillement d'un matériau plastique

## Analyse statistique

$F_{obs}$



0.5108	19.8984
0.0212	0.2555
0.9880	0.3802
578.1327	7.0000
83.5484	1.0116

$$F_{obs} = \frac{\left( \frac{SCM}{p-1} \right)}{\left( \frac{SCE}{n-p} \right)} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{p-1}}{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

$n - p$

# Cisaillement d'un matériau plastique

Microsoft Excel - Exercice 17 - Droite de régression (2) - Corrigé

Fichier Edition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre ?

Tahoma 10 G I S

E12 = 578.132704266607

	A	B	C	D	E	F
1	RAPPORT DÉTAILLÉ					
2						
3	<i>Statistiques de la régression</i>					
4	Coefficient de détermination multiple	0.994000454				
5	Coefficient de détermination R^2	0.988036902				
6	Coefficient de détermination R^2	0.986327888				
7	Erreur-type	0.380150268				
8	Observations	9				
9						
10	ANALYSE DE VARIANCE					
11		<i>Degré de liberté</i>	<i>Somme des carrés</i>	<i>Moyenne des carrés</i>	<i>F</i>	<i>Valeur critique de F</i>
12	Régression	1	83.54840042	83.54840042	578.1327043	5.4754E-08
13	Résidus	7	1.011599584	0.144514226		
14	Total	8	84.56			
15						
16		<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%</i>
17	Constante	19.89840389	0.255513473	77.87614352	1.51491E-11	19.29421096
18	Variable X 1	0.510791117	0.021243671	24.04439029	5.4754E-08	0.460557854
19						
20						
21						
22	ANALYSE DES RÉSIDUS					
23						
24	<i>Observation</i>	<i>Prévisions pour Y</i>	<i>Résidus</i>			
25	1	20.91998612	-0.119986121			
26	2	21.94156836	-0.441568355			
27	3	22.45235947	0.147640527			
28	4	23.98473282	0.715267176			
29	5	25.00631506	0.193684941			
30	6	26.02789729	-0.327897294			
31	7	27.56027065	-0.060270645			
32	8	29.092644	-0.292643997			
33	9	30.11422623	0.185773768			

Prêt

# Cisaillement d'un matériau plastique

Microsoft Excel - Exercice 17 - Droite de régression (2) - Corrigé

F12 = 5.47539653333833E-08

Statistiques de la régression	
Coefficient de détermination multiple	0.994000454
Coefficient de détermination R^2	0.988036902
Coefficient de détermination R^2	0.986327888
Erreur-type	0.380150268
Observations	9

ANALYSE DE VARIANCE					
	Degré de liberté	Somme des carrés	Moyenne des carrés	F	Valeur critique de F
Régression	1	83.54840042	83.54840042	578.1327043	5.4754E-08
Résidus	7	1.011599584	0.144514226		
Total	8	84.56			

	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%	pou
Constante	19.89840389	0.255513473	77.87614352	1.51491E-11	19.29421096	20
Variable X 1	LOI.F				0.460557854	0.5

LOI.F

X N4 = 578.1327043

Degrés\_liberté1 L4 = 1

Degrés\_liberté2 L5 = 7


= 5.4754E-08

Renvoie la probabilité d'une variable aléatoire suivant une loi F pour deux séries de données.

X est la valeur à laquelle la fonction doit être évaluée, un nombre positif.

Résultat = 5.4754E-08

OK Annuler



# Cisaillement d'un matériau plastique

## Analyse statistique

0.5108	19.8984
0.0212	0.2555
0.9880	0.3802
578.1327	7.0000
83.5484	1.0116

  $v_r$

$$v_r = n - p$$

# Cisaillement d'un matériau plastique

Microsoft Excel - Exercice 17 - Droite de régression (2) - Corrigé

Fichier Edition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre ?

Tahoma 10 G I S

B13 = 7

	A	B	C	D	E	F
1	RAPPORT DÉTAILLÉ					
2						
3	<i>Statistiques de la régression</i>					
4	Coefficient de détermination multiple	0.994000454				
5	Coefficient de détermination R^2	0.988036902				
6	Coefficient de détermination R^2	0.986327888				
7	Erreur-type	0.380150268				
8	Observations	9				
9						
10	ANALYSE DE VARIANCE					
11		<i>Degré de liberté</i>	<i>Somme des carrés</i>	<i>Moyenne des carrés</i>	<i>F</i>	<i>Valeur critique de F</i>
12	Régression	1	83.4840042	83.54840042	578.1327043	5.4754E-08
13	Résidus	7	584	0.144514226		
14	Total	8	84.56			
15						
16		<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%</i>
17	Constante	19.89840389	0.255513473	77.87614352	1.51491E-11	19.29421096
18	Variable X 1	0.510791117	0.021243671	24.04439029	5.4754E-08	0.460557854
19						
20						
21						
22	ANALYSE DES RÉSIDUS					
23						
24	<i>Observation</i>	<i>Prévisions pour Y</i>	<i>Résidus</i>			
25	1	20.91998612	-0.119986121			
26	2	21.94156836	-0.441568355			
27	3	22.45235947	0.147640527			
28	4	23.98473282	0.715267176			
29	5	25.00631506	0.193684941			
30	6	26.02789729	-0.327897294			
31	7	27.56027065	-0.060270645			
32	8	29.092644	-0.292643997			
33	9	30.11422623	0.185773768			

Prêt

# Cisaillement d'un matériau plastique

Analysis ToolPak - SOMME.CARRES.ECARTS

Nombre1: F4:F12 = {20.919986120749!}

Nombre2: = nombre

= 83.54840042

Renvoie la somme des carrés des écarts entre les points de données et leur moyenne échantillonnée.

Nombre1: nombre1;nombre2;... représentent de 1 à 30 arguments, une matrice ou une référence à une matrice, auxquels appliquer SOMME.CARRES.ECARTS.

Résultat = 83.5484

OK Annuler

578.1527	7.0000
83.5484	1.0116

SCM →

$$SCM = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$$

# Cisaillement d'un matériau plastique

Microsoft Excel - Exercice 17 - Droite de régression (2) - Corrigé

Fichier Edition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre ?

Tahoma 10 G I S

Dessin Formes automatiques

C12 = 83.5484004163775

	A	B	C	D	E	F
1	RAPPORT DÉTAILLÉ					
2						
3	<i>Statistiques de la régression</i>					
4	Coefficient de détermination multiple	0.994000454				
5	Coefficient de détermination R^2	0.988036902				
6	Coefficient de détermination R^2	0.986327888				
7	Erreur-type	0.380150268				
8	Observations	9				
9						
10	ANALYSE DE VARIANCE					
11		<i>Degré de liberté</i>	<i>Somme des carrés</i>	<i>Moyenne des carrés</i>	<i>F</i>	<i>Valeur critique de F</i>
12	Régression	1	83.54840042	83.54840042	578.1327043	5.4754E-08
13	Résidus	7	1.011599584	0.144514226		
14	Total	8	84.56			
15						
16		<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%</i>
17	Constante	19.89840389	0.255513473	77.87614352	1.51491E-11	19.29421096
18	Variable X 1	0.510791117	0.021243671	24.04439029	5.4754E-08	0.460557854
19						
20						
21						
22	ANALYSE DES RÉSIDUS					
23						
24	<i>Observation</i>	<i>Prévisions pour Y</i>	<i>Résidus</i>			
25	1	20.91998612	-0.119986121			
26	2	21.94156836	-0.441568355			
27	3	22.45235947	0.147640527			
28	4	23.98473282	0.715267176			
29	5	25.00631506	0.193684941			
30	6	26.02789729	-0.327897294			
31	7	27.56027065	-0.060270645			
32	8	29.092644	-0.292643997			
33	9	30.11422623	0.185773768			

Prêt



# Cisaillement d'un matériau plastique

## Analyse statistique

0.5108	19.8984
0.0212	0.2555
0.9880	0.3802
578.1327	7.0000
83.5484	1.0116

← SCE

$$SCE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

# Cisaillement d'un matériau plastique

Microsoft Excel - Exercice 17 - Droite de régression (2) - Corrigé

Fichier Edition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre ?

Tahoma 10 G I S [Tableaux] [Formes] [Fonctions] [Statistiques] [Langues] [Sélecteur] [Zoom] 100%

Dessin [Outils de dessin] Formes automatiques [Formes] [Coulours] [Lignes] [Bordures] [Alignement] [Orientation] [Texte] [Formes] [Coulours] [Lignes] [Bordures] [Alignement] [Orientation] [Texte]

C13 = 1.01159958362249

	A	B	C	D	E	F
1	RAPPORT DÉTAILLÉ					
2						
3	<i>Statistiques de la régression</i>					
4	Coefficient de détermination multiple	0.994000454				
5	Coefficient de détermination R^2	0.988036902				
6	Coefficient de détermination R^2	0.986327888				
7	Erreur-type	0.380150268				
8	Observations	9				
9						
10	ANALYSE DE VARIANCE					
11		<i>Degré de liberté</i>	<i>Somme des carrés</i>	<i>Moyenne des carrés</i>	<i>F</i>	<i>Valeur critique de F</i>
12	Régression	1	83.54840042	83.54840042	578.1327043	5.4754E-08
13	Résidus	7	1.011599584	0.14454226		
14	Total	8	84.56			
15						
16		<i>Coefficients</i>	<i>Erreur-type</i>	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%</i>
17	Constante	19.89840389	0.255513473	77.87614352	1.51491E-11	19.29421096
18	Variable X 1	0.510791117	0.021243671	24.04439029	5.4754E-08	0.460557854
19						
20						
21						
22	ANALYSE DES RÉSIDUS					
23						
24	<i>Observation</i>	<i>Prévisions pour Y</i>	<i>Résidus</i>			
25	1	20.91998612	-0.119986121			
26	2	21.94156836	-0.441568355			
27	3	22.45235947	0.147640527			
28	4	23.98473282	0.715267176			
29	5	25.00631506	0.193684941			
30	6	26.02789729	-0.327897294			
31	7	27.56027065	-0.060270645			
32	8	29.092644	-0.292643997			
33	9	30.11422623	0.185773768			

Prêt

# Cisaillement d'un matériau plastique

- Contexte général

Intervalle bilatéral de confiance  
NF ISO 3534-1

$$b_0 - k\sqrt{\text{Var}(b_0)} \leq \beta_0 \leq b_0 + k\sqrt{\text{Var}(b_0)}$$

$$b_1 - k\sqrt{\text{Var}(b_1)} \leq \beta_1 \leq b_1 + k\sqrt{\text{Var}(b_1)}$$



Facteur d'élargissement  
NF ENV 13005



# Cisaillement d'un matériau plastique

Microsoft Excel - Exercice 17 - Droite de régression (2) - Corrigé

Fichier Edition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre ?

Tahoma 10 G I S

Dessin Formes automatiques

G14 =

	D	E	F	G	H	I
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11	<i>Moyenne des carrés</i>	<i>F</i>	<i>Valeur critique de F</i>			
12	83.54840042	578.1327043	5.4754E-08			
13	0.144514226					
14						
15						
16	<i>Statistique t</i>	<i>Probabilité</i>	<i>Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%</i>	<i>Limite supérieure pour seuil de confiance = 95%</i>	<i>our seuil de coour seuil de confi</i>	
17	77.87614352	1.51491E-11	19.29421096	20.50259681	19.294211	20.5025968
18	24.04439029	5.4754E-08	0.460557854	0.561024381	0.46055785	0.56102438
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						
28						
29						
30						
31						
32						
33						

Prêt

# Cisaillement d'un matériau plastique

The screenshot shows an Excel spreadsheet titled "Microsoft Excel - Exercice 17 - Droite de régression (2) - Corrigé". The spreadsheet is divided into several sections:

- Données expérimentales (Rows 3-12):** A table with columns for "N°", " $\tau$  (kPa)", and " $\sigma$  (MPa)".
- Analyse mathématique (Rows 17-25):** Calculated coefficients: "Coefficient  $b_0$ " (19.8984) and "Coefficient  $b_1$ " (0.5108).
- Prévisions (Rows 26-33):** A table for predicted values, with columns for " $\tau$  (kPa)" and "Y calcul".
- Analyse statistique (Rows 3-12, columns J-L):** Statistical results including "Y calcul", "Résidu", and other values.

The "PREVISION" dialog box is open, showing the following configuration:

- X: C29 = 2
- Y\_connus: \$D\$4:\$D\$12 = {20.8;21.5;22.6;24}
- X\_connus: \$C\$4:\$C\$12 = {2;4;5;8;10;12;15;18}
- Result: = 20.91998612

A red arrow points from the "Résultat" field in the dialog box to the "Y calcul" cell in row 29, column E of the spreadsheet.

# Cisaillement d'un matériau plastique

**Microsoft Excel - Exercice 17 - Droite de régression (2) - Corrigé**

Formule:  $=\{=TENDANCE(D4:D12;C4:C12;C29:C32;VRAI)\}$

A	B	C	D	E
1	Données expérimentales			
2				
3	N°	$\tau$ (kPa)	$\sigma$ (MPa)	
4	1	2.0	20.8	
5	2	4.0	21.5	
6	3	5.0	22.6	
7	4	8.0	24.7	
8	5	10.0	25.2	
9	6	12.0	25.7	
10	7	15.0	27.5	
11	8	18.0	28.8	
12	9	20.0	30.3	
13				
14		Moyenne	25.2333	
15				
16	Analyse mathématique			
17				
18		Coefficient $b_0$		
19			19.8984	
20				
21		Coefficient $b_1$		
22			0.5108	
23				
24				
25				
26	Prévisions			
27				
28		$\tau$ (kPa)	Y calcul	Y calcul
29		2.0	20.9199861	20.9199861
30		3.0	21.4307772	21.4307772
31		4.0	21.9415684	21.9415684
32		5.0	22.4523595	22.4523595
33				

**TENDANCE**

Y\_connus: D4:D12 = {20.8;21.5;22.6;24}

X\_connus: C4:C12 = {2;4;5;8;10;12;15;}

X\_nouveaux: C29:C32 = {2;3;4;5}

Constante: VRAI = VRAI

Résultat = 20.91998612

OK Annuler

# Cisaillement d'un matériau plastique

Microsoft Excel - Exercice 18 - Droite de régression - MCO détails - Corrigé

Fichier Edition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre ?

Tahoma 10 G I S

Dessin Formes automatiques

A1 = Données expérimentales

Données expérimentales										Tableau d'analyse de régression				
N°	$\tau$ (kPa)	$\sigma$ (MPa)	Y calcul	Résidu	Source	SC	ddl	CM	Fobs	Probabilité				
1	2.0	20.8	20.9200	-0.1200	Modèle	83.5484	1	83.5484	578.13	5.4754E-08				
2	4.0	21.5	21.9416	-0.4416	Résidu	1.0116	7	0.1445						
3	5.0	22.6	22.4524	0.1476	Total	84.5600	8							
4	8.0	24.7	23.9847	0.7153	Coefficient de détermination R <sup>2</sup>					0.9880				
5	10.0	25.2	25.0063	0.1937	Coefficient de détermination ajusté					0.9863				
6	12.0	25.7	26.0279	-0.3279	Ecart-type résiduel					0.3802				
7	15.0	27.5	27.5603	-0.0603										
8	18.0	28.8	29.0926	-0.2926										
9	20.0	30.3	30.1142	0.1858										
		25.2333	25.2333	0.0000										
Matrice du modèle														
1	2.0													
1	4.0													
1	5.0													
1	8.0													
1	10.0													
1	12.0													
1	15.0													
1	18.0													
1	20.0													
Transposée de la matrice du modèle														
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					
2	4	5	8	10	12	15	18	20						
Matrice d'information														
9	94													
94	1302													
Matrice de dispersion														
0.4518	-0.0326													
-0.0326	0.0031													
Coefficients de variance					Tableau d'analyse des coefficients									
1	0.4518				Coefficient	Erreur-type	tobs	Probabilité						
2	0.0031				b0	19.8984	0.2555	77.88	1.515E-11					
					b1	0.5108	0.0212	24.04	5.475E-08					

Prêt

# Pression de vapeur saturante

Microsoft Excel - Exercice 19 - Courbe de régression - Corrigé

Fichier Edition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre ?

Arial 10 G I S

Dessin Formes automatiques

G4 = {=CROISSANCE(D4:D21;C4:C21;F4:F21;VRAI)}

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Données et calculs											
2												
3		N°	ts	Pvs		ts	Y calcul					
4		1	10	1227.0		10	1279.22					
5		2	12	1401.4		12	1439.02					
6		3	14	1597.3		14	1618.78					
7		4	16	1816.8		16	1821.00					
8		5	18	2062.0		18	2048.49					
9		6	20	2337.0		20	2304.39					
10		7	22	2642.0		22	2592.25					
11		8	24	2982.0		24	2916.08					
12		9	26	3360.0		26	3280.36					
13		10	28	3778.0		28	3690.15					
14		11	30	4241.0		30	4151.13					
15		12	32	4753.0		32	4669.69					
16		13	34	5318.0		34	5253.04					
17		14	36	5940.0		36	5909.26					
18		15	38	6624.0		38	6647.45					
19		16	40	7375.0		40	7477.86					
20		17	42	8198.0		42	8412.01					
21		18	44	9100.0		44	9462.85					
22												
23												
24												
25												
26												
27												
28												
29												
30												
31												
32												
33												
34												

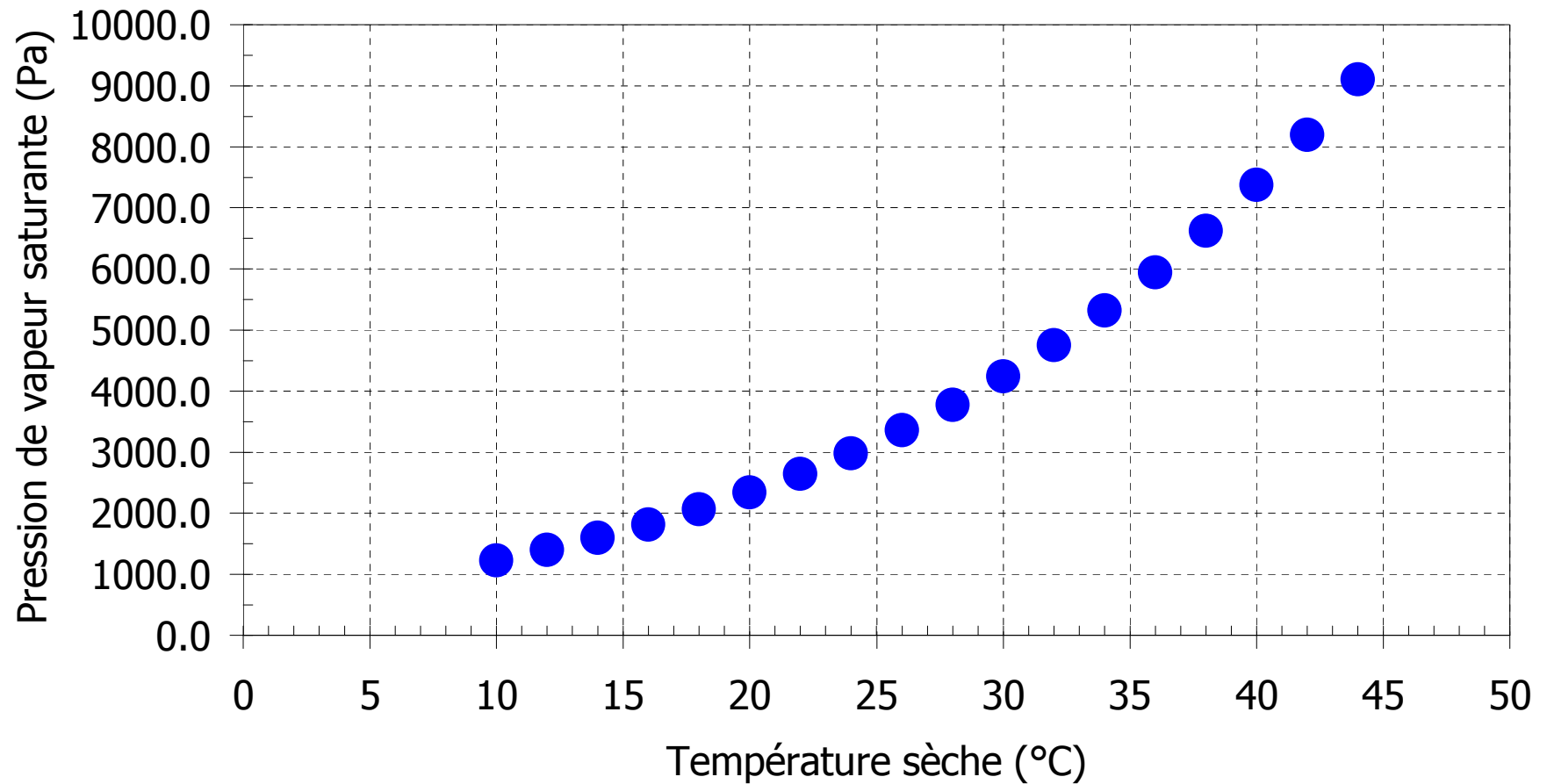
Données et calculs / Nuage de points - logarithmique / Nuage de points - arithmétique

Prêt

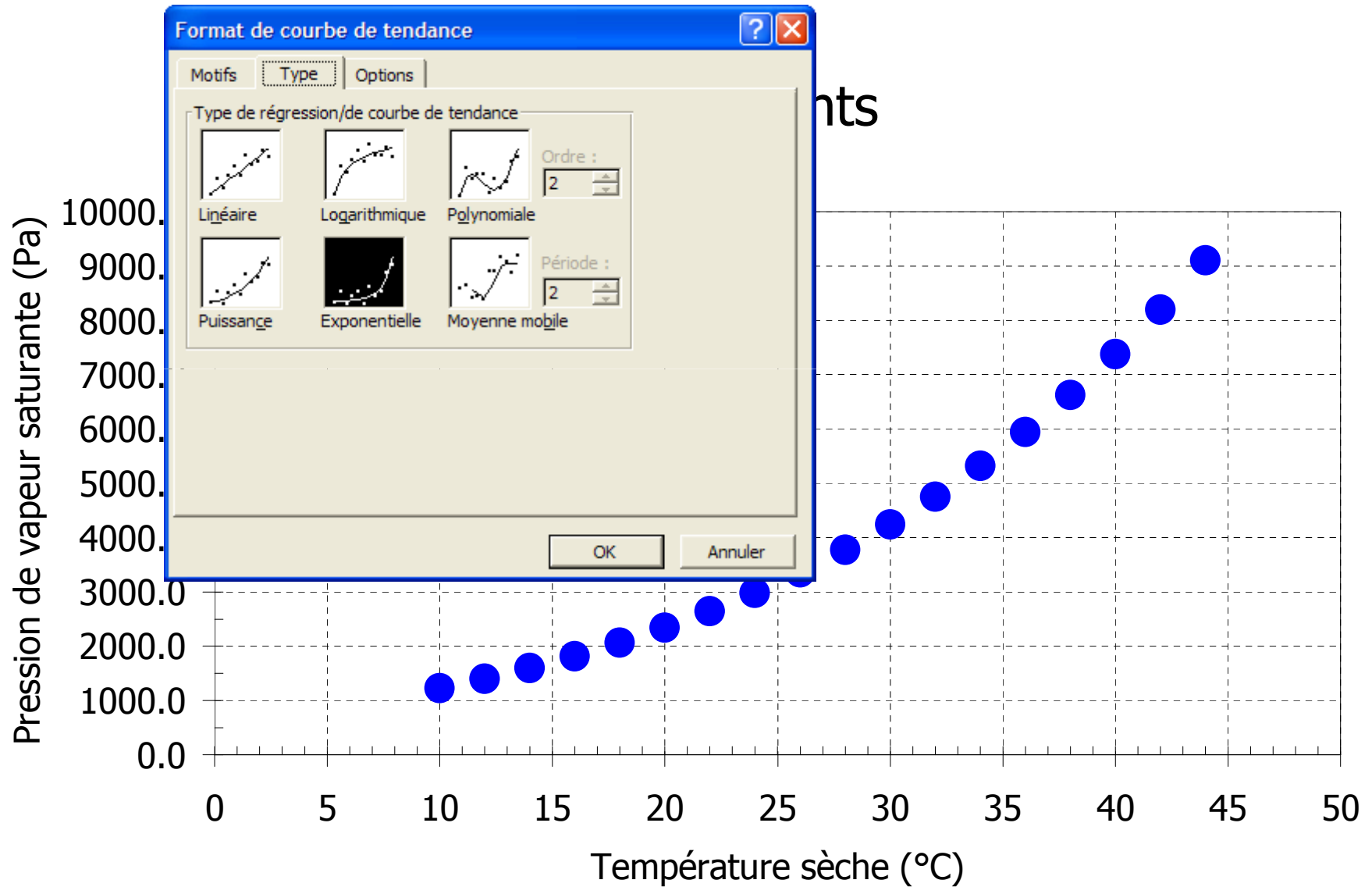


# Pression de vapeur saturante

Nuage de points

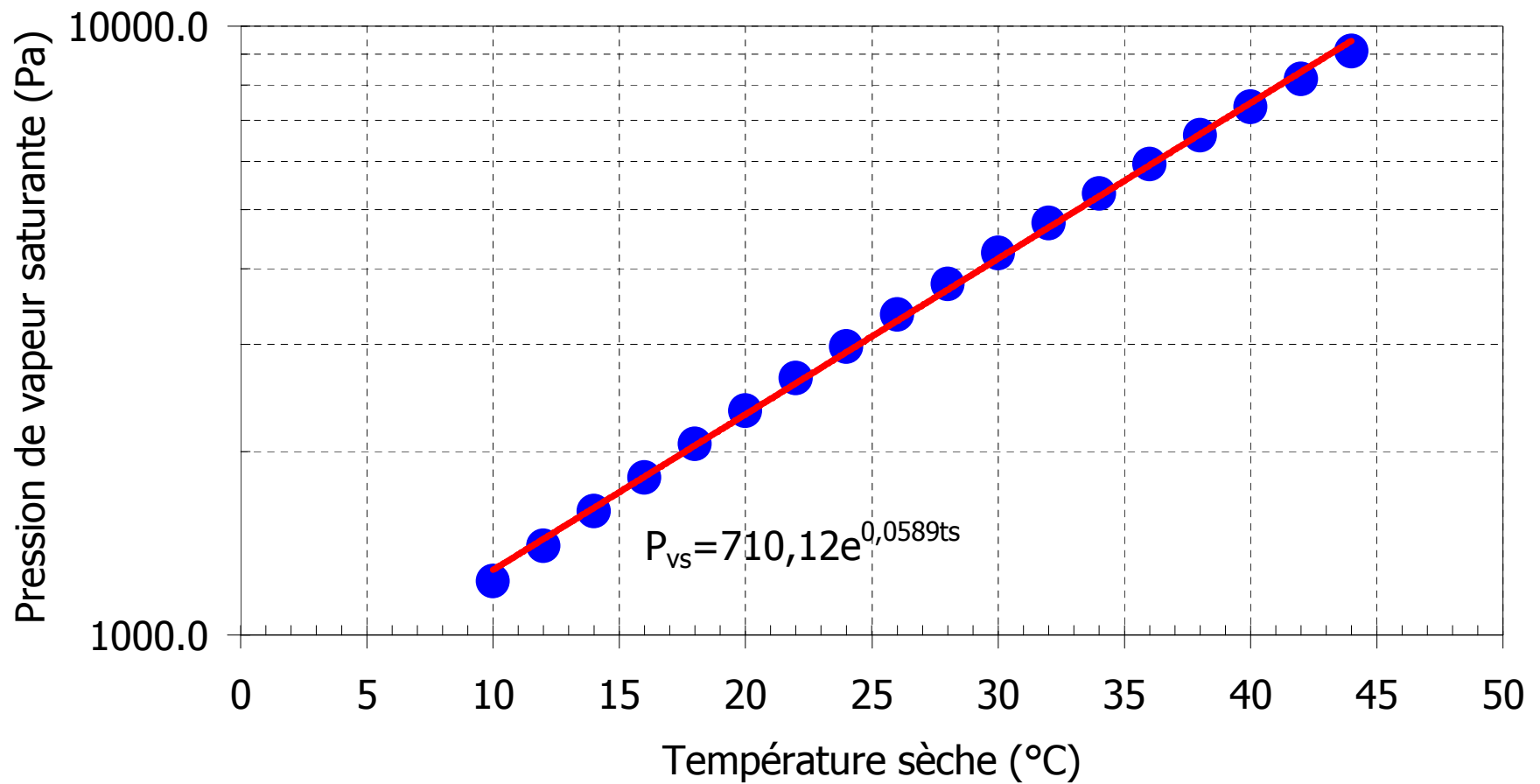


# Pression de vapeur saturante



# Pression de vapeur saturante

Nuage de points



# Pression de vapeur saturante

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Données et calculs											
2												
3		N²	ts	Pvs		ts	Y calcul					
4		1	10	1227.0		10	1279.22					
5		2	12	1401.4		12	1439.02					
6		3	14	1597.3		14	1618.78					
7		4	16	1816.8		16	1821.00					
8		5	18	2062.0		18	2048.49					
9		6	20	2337.0		20	2304.39					
10		7	22	2642.0								
11		8	24	2982.0								
12		9	26	3360.0								
13		10	28	3778.0								
14		11	30	4241.0								
15		12	32	4753.0								
16		13	34	5318.0								
17		14	36	5940.0								
18		15	38	6624.0								
19		16	40	7375.0								
20		17	42	8198.0								
21		18	44	9100.0								

The 'CROISSANCE' dialog box shows the following configuration:

- Y\_connus**: D4:D21 = {1227;1401.4;1597
- X\_connus**: C4:C21 = {10;12;14;16;18;20
- X\_nouveaux**: F4:F21 = {10;12;14;16;18;20
- Constante**: VRAI = VRAI

Result: = {1279.21596348;1439.0

Calculation description: Calcule la croissance exponentielle prévue à partir de données existantes, renvoyant les valeurs y en fonction des valeurs x spécifiées.

Definition: **Y\_connus** est la série des valeurs y déjà connues par la relation  $y = b * m^x$ , une matrice ou plage de nombres positifs.

Buttons: ? (Help), Résultat = 1279.22, OK, Annuler

Ctrl+Shift+Enter