

Les points essentiels :

1/ La notion de variance et d'écart-type

2/ Un test statistique graphique : la carte de contrôle

# Construction de la carte de contrôle de la moyenne

François Louvet  
Ecole Nationale Supérieure de Céramique Industrielle  
47 – 73 Avenue Albert Thomas  
87065 Limoges Cedex  
francois.louvet@unilim.fr

## Définition ...

- Variance :
  - Mesure de dispersion qui est la somme des carrés des écarts des observations par rapport à leur *moyenne* divisée par un nombre égal au nombre d'observations moins un.
  - La variance de l'*échantillon* est un estimateur sans biais de la variance de la *population*.

(NF ISO 3534-1)

# Définition ...

- Variance :

Echantillon

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2$$



VAR

Nombre1  = nombre

Nombre2  = nombre

=

Estime la variance d'une population en se basant sur un échantillon de cette population (ignore les valeurs logiques et le texte dans l'échantillon).

**Nombre1:** nombre1;nombre2;... représentent de 1 à 30 arguments numériques correspondant à un échantillon de population.

Résultat =

OK Annuler

# Définition ...

- Variance :

Population

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2$$



VAR.P

Nombre1  = nombre

Nombre2  = nombre

=

Calcule la variance d'une population en se basant sur la population entière (ignore les valeurs logiques et le texte dans la population).

**Nombre1:** nombre1;nombre2;... représentent de 1 à 30 arguments numériques qui correspondent à la population entière.

Résultat =

OK Annuler

## Définition ...

- Ecart-type :
  - Racine carrée positive de la *variance*.
  - L'écart-type de l'*échantillon* est un estimateur sans biais de l'écart-type de la *population*.

(NF ISO 3534-1)

## Définition ...

- Ecart-type expérimental :
  - Pour une série de  $n$  *mesurages* du même *mesurande*, grandeur  $s$  caractérisant la dispersion des résultats, donnée par la formule :

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

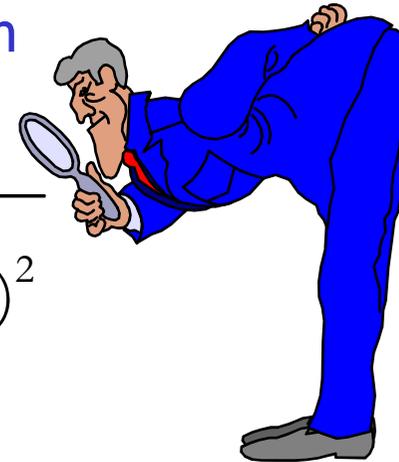
- Dans cette expression,  $x_i$  est le résultat du  $i^{\text{ème}}$  mesurage et  $\bar{x}$  la *moyenne arithmétique* des  $n$  résultats considérés.
- En considérant la série de  $n$  valeurs comme *échantillon* d'une distribution, est un estimateur sans biais de la moyenne  $\mu$  et  $s^2$  est un estimateur sans biais de la *variance*  $\sigma^2$  de cette distribution (NF X 07-001).

# Définition ...

- Ecart-type :

Echantillon

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}$$



ECARTYPE

Nombre1  = nombre

Nombre2  = nombre

=

Évalue l'écart-type d'une population en se basant sur un échantillon de cette population ( ignore les valeurs logiques et le texte dans l'exemple).

**Nombre1:** nombre1;nombre2;... représentant de 1 à 30 nombres correspondant à un échantillon de population. Ils peuvent être des nombres ou des références qui contiennent des nombres.

Résultat =

OK Annuler

# Définition ...

- Ecart-type :

Population

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}$$



ECARTYPEP

Nombre1  = nombre

Nombre2  = nombre

=

Calcule l'écart-type d'une population à partir de la population entière donnée en arguments (ignore les valeurs logues et le texte).

**Nombre1:** nombre1;nombre2;... présentent de 1 à 30 nombres correspondant à une population entière, et peuvent être des nombres ou des références contenant des nombres.

Résultat =

OK Annuler

## Définition ...

- Ecart-type expérimental de la moyenne :

- L'expression :

$$\frac{s}{\sqrt{n}}$$

est une estimation de l'*écart-type* de la distribution de  $\bar{x}$  et est appelée écart-type expérimental de la moyenne.

(NF X 07-001)

# La masse volumique apparente du sable sec

The screenshot shows Microsoft Excel with a control chart titled "Exercice 12 - Carte de contrôle de la moyenne". The chart data is as follows:

Row	Mesurage 2	Mesurage 3	Mesurage 4	Mesurage 5	Moyenne	Moy. Gén.	Ecart-type	LCI
4	1356.17	1360.73	1363.83	1363.60	1360.69	1359.88	3.21	1355.66
5	1353.45	1359.30	1363.29	1356.74	1359.60	1359.88	4.77	1355.66
6	1354.93	1354.46	1357.07	1357.68	1356.41	1359.88	1.61	1355.66
7	1358.30	1358.79	1360.40	1358.90	1358.01	1359.88	2.56	1355.66
8	1358.89	1364.03	1359.74	1359.44	1360.22	1359.88	2.15	1355.66
9	1365.92	1362.60	1367.13	1358.04	1362.43	1359.88	4.16	1355.66
10	1355.16	1360.73	1363.83	1363.60	1360.69	1359.88	4.20	1355.66
11	1358.43	1358.44	1363.29	1356.74	1359.60	1359.88	4.77	1355.66
12	1357.46	1358.44	1363.29	1356.74	1359.60	1359.88	4.77	1355.66
13	1359.03	1366.58	1363.29	1356.74	1359.60	1359.88	4.77	1355.66
14	1364.34	1356.16	1363.29	1356.74	1359.60	1359.88	4.77	1355.66
15	1362.62	1361.79	1363.29	1356.74	1359.60	1359.88	4.77	1355.66
16	1360.97	1357.18	1363.29	1356.74	1359.60	1359.88	4.77	1355.66
17	1360.42	1357.27	1363.29	1356.74	1359.60	1359.88	4.77	1355.66
18	1362.49	1362.59	1363.29	1356.74	1359.60	1359.88	4.77	1355.66
19	1356.40	1355.32	1363.29	1356.74	1359.60	1359.88	4.77	1355.66
20	1364.33	1363.91	1363.29	1356.74	1359.60	1359.88	4.77	1355.66
21	1359.92	1356.84	1363.29	1356.74	1359.60	1359.88	4.77	1355.66
22	1361.85	1360.64	1363.29	1356.74	1359.60	1359.88	4.77	1355.66
23	1357.48	1357.54	1363.29	1356.74	1359.60	1359.88	4.77	1355.66

The ECARTYPE dialog box is open, showing the following details:

- Nombre1:** C4:G4 = {1359.1\1356.17\1:}
- Nombre2:** = nombre
- Result:** = 3.212776058
- Text:** Évalue l'écart-type d'une population en se basant sur un échantillon de cette population ( ignore les valeurs logiques et le texte dans l'exemple).
- Number 1 description:** Nombre1: nombre1;nombre2;... représentent de 1 à 30 nombres correspondant à un échantillon de population ; peuvent être des nombres ou des références qui contiennent des nombres.
- Buttons:** OK, Annuler

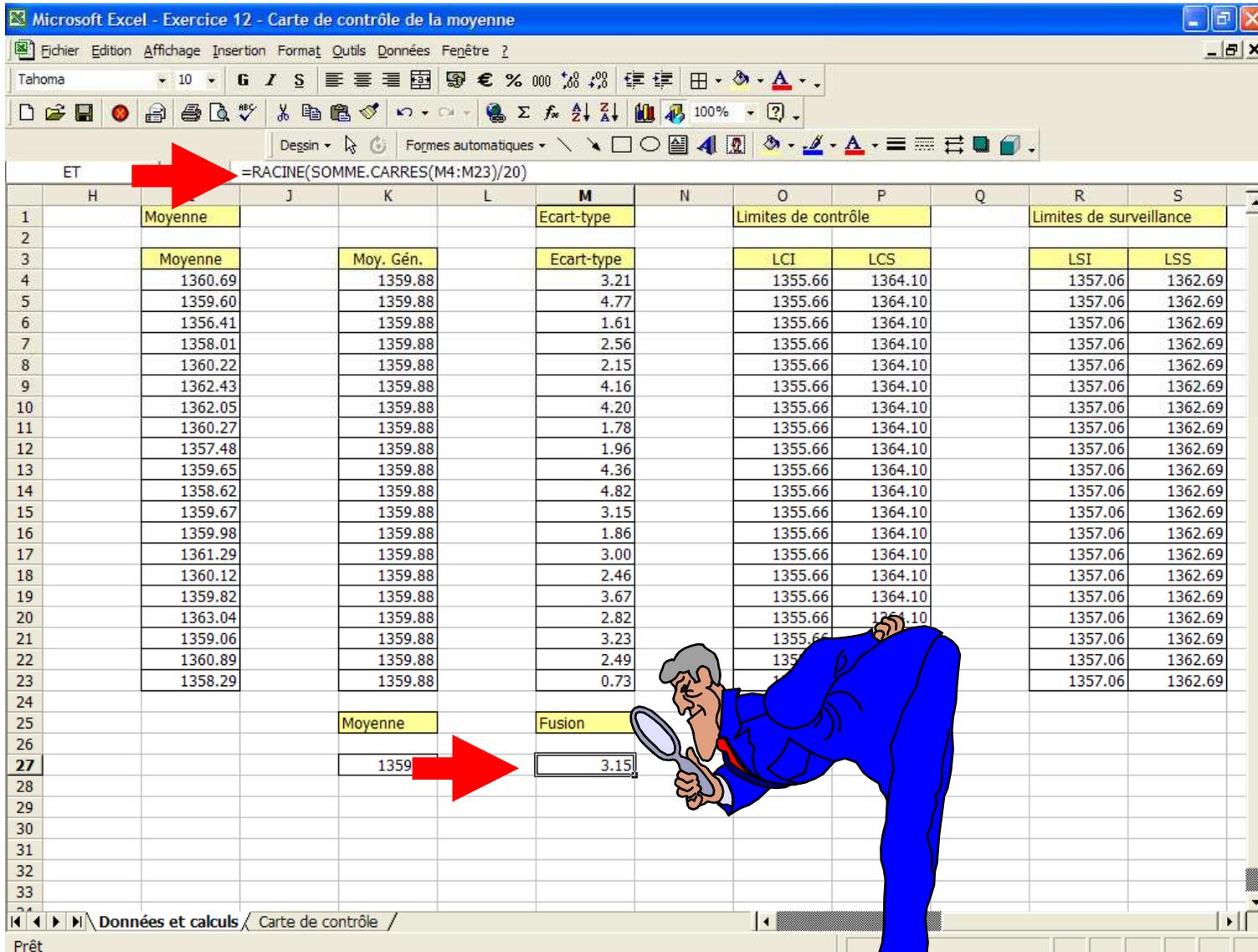
## Définition ...

- La notion d'écart-type fusionné
  - Si l'on dispose de  $k$  séries de données, telle que pour la  $i^{\text{ème}}$  série de données on dispose de  $n_i$  observations dont la dispersion est caractérisée par un *écart-type*  $s_i$ , il est possible de réaliser une fusion des écarts-types à partir de la relation suivante :

$$s_f^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) s_i^2}{\sum_{i=1}^k (n_i - 1)}$$

$$s_f^2 = \frac{(n_1 - 1) s_1^2 + (n_2 - 1) s_2^2 + \dots + (n_k - 1) s_k^2}{n_1 + n_2 + \dots + n_k - k}$$

# La masse volumique apparente du sable sec



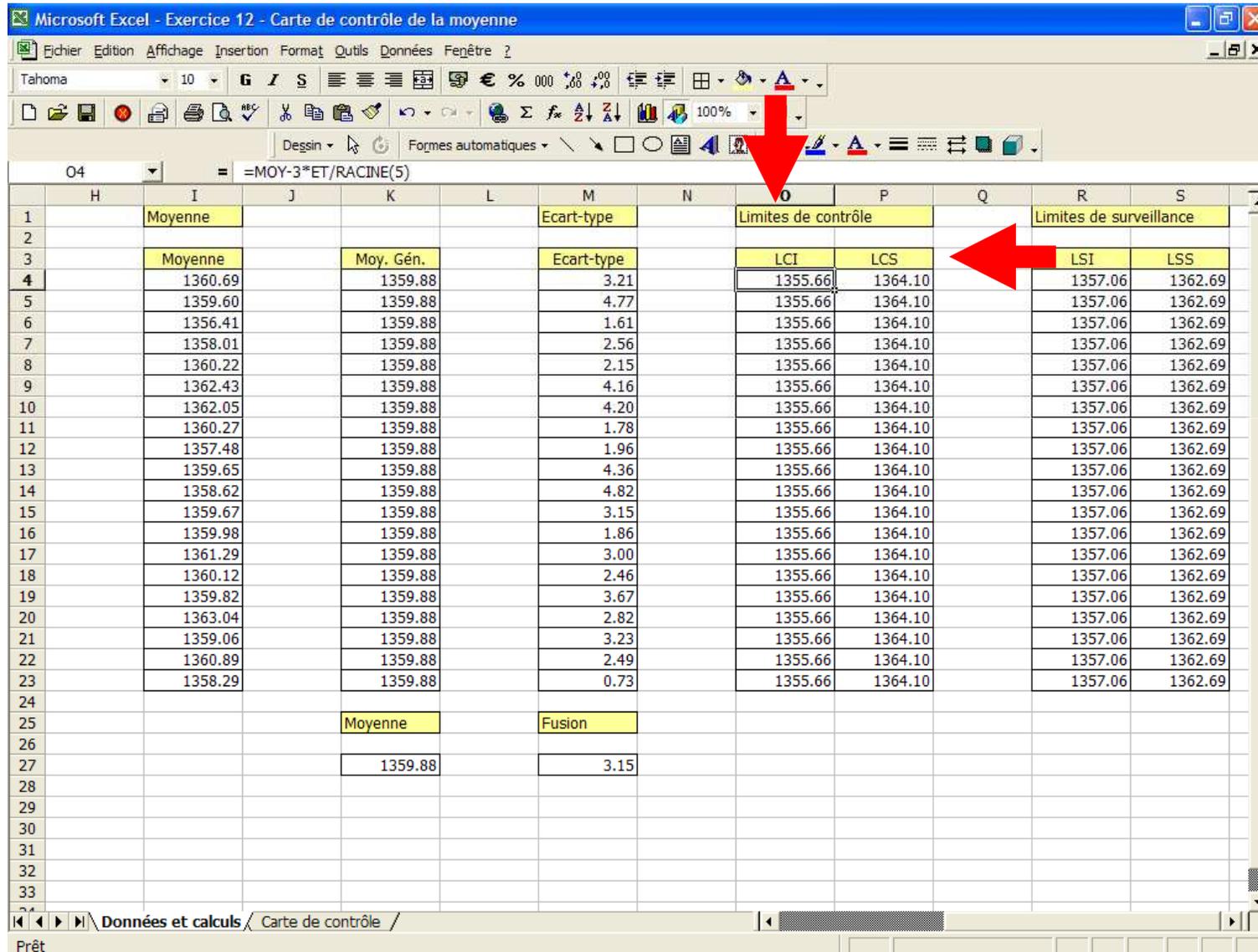
## Définition ...

- Limites de contrôle :
  - Sur une carte de contrôle, la limite en dessous de laquelle (limite supérieure) ou au-dessus de laquelle (limite inférieure), ou encore limites entre lesquelles la valeur statistique considérée a une très forte *probabilité* de se situer quand un processus est en état de maîtrise.

(NF ISO 3534-2)

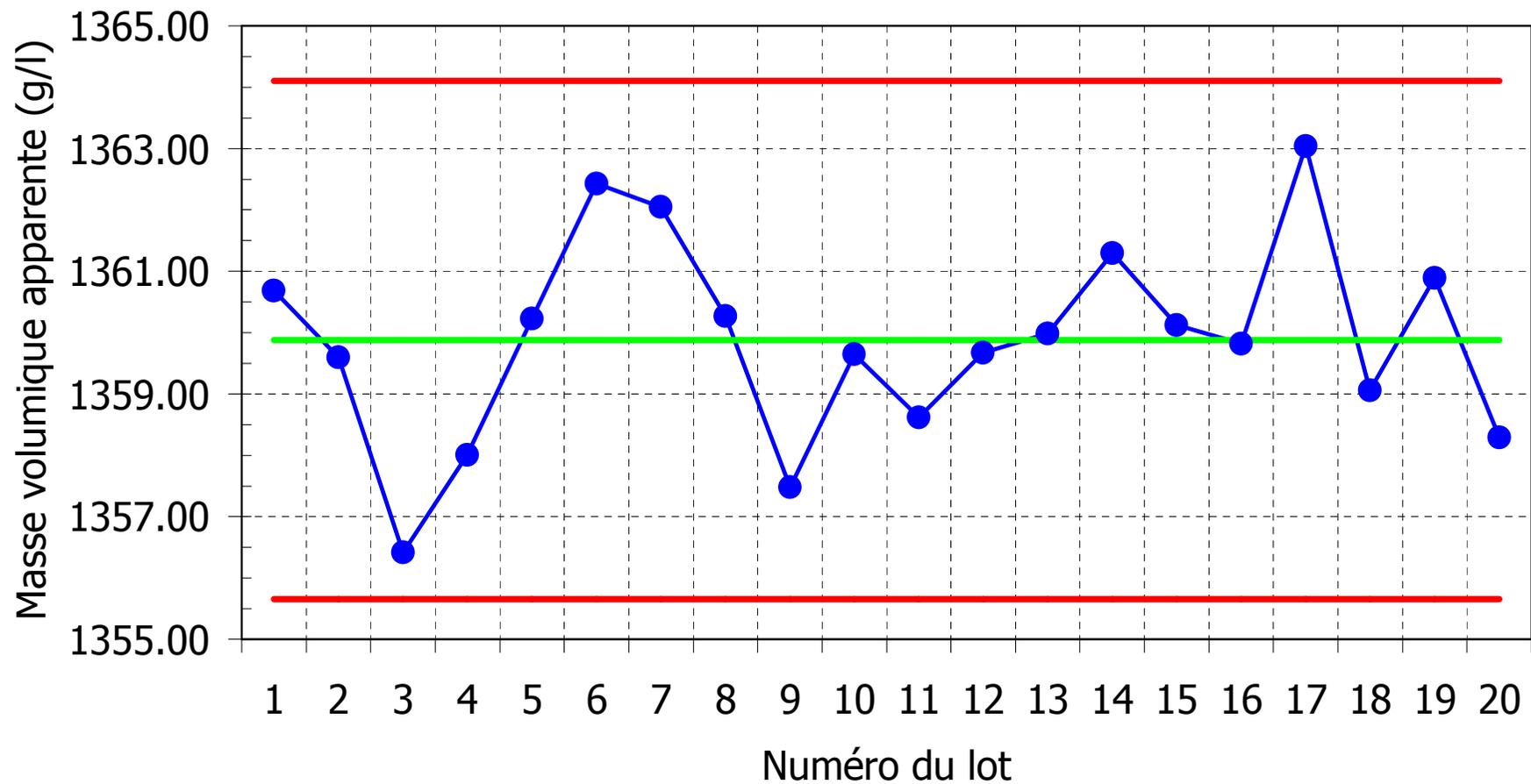
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{LCS} = m_0 + 3 \frac{s_0}{\sqrt{n}} \\ \text{LCI} = m_0 - 3 \frac{s_0}{\sqrt{n}} \end{array} \right.$$

# La masse volumique apparente du sable sec



# La masse volumique apparente du sable sec

## Limites de contrôle



# La masse volumique apparente du sable sec

Microsoft Excel - Exercice 12 - Carte de contrôle de la moyenne

Fichier Edition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre ?

Tahoma 10 G I S

Dessin Formes automatiques

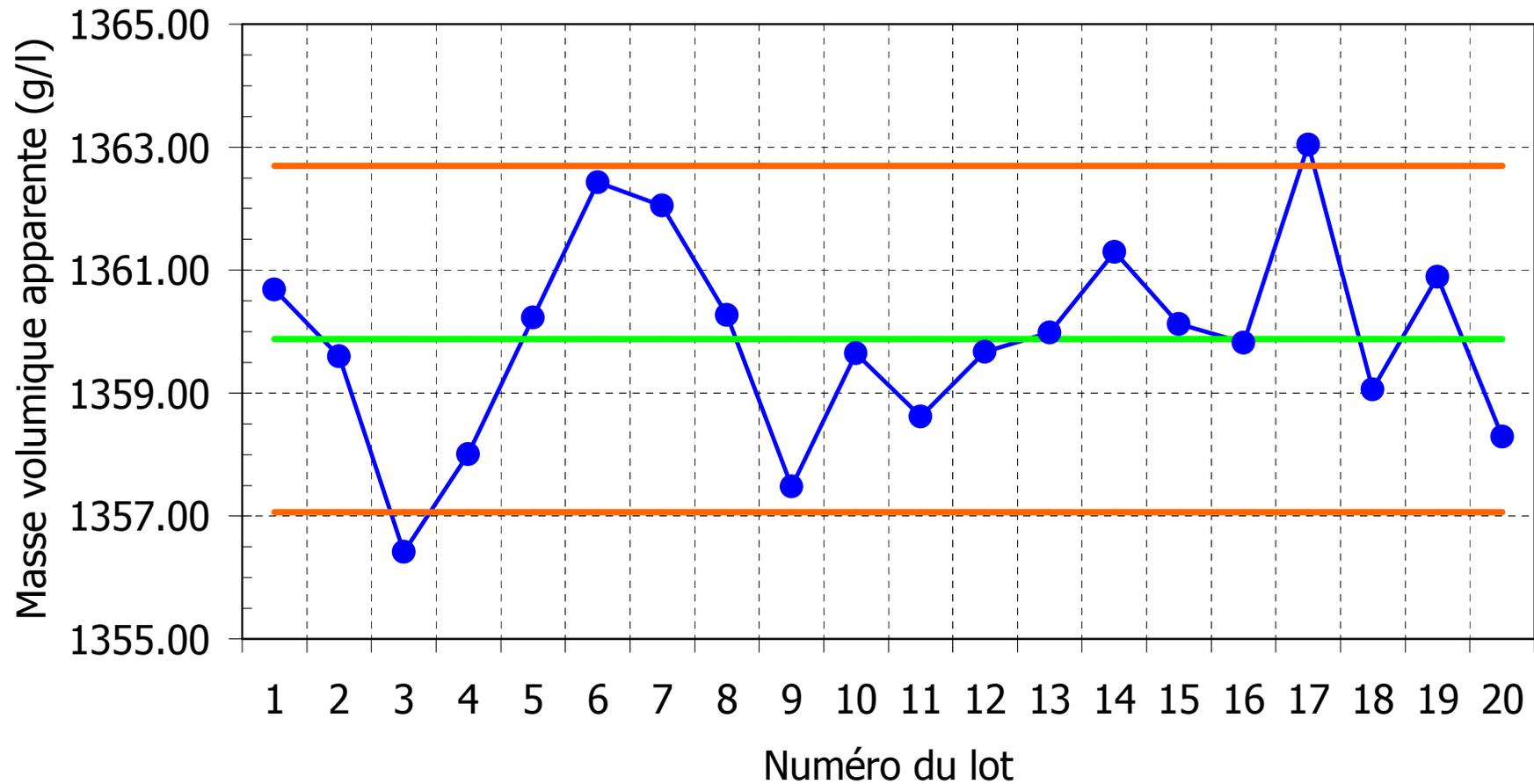
O4 =MOY-3\*ET/RACINE(5)

	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1		Moyenne				Ecart-type		Limites de contrôle			Limites de surveillance	
2												
3		Moyenne		Moy. Gén.		Ecart-type		LCI	LCS		LSI	LSS
4		1360.69		1359.88		3.21		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
5		1359.60		1359.88		4.77		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
6		1356.41		1359.88		1.61		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
7		1358.01		1359.88		2.56		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
8		1360.22		1359.88		2.15		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
9		1362.43		1359.88		4.16		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
10		1362.05		1359.88		4.20		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
11		1360.27		1359.88		1.78		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
12		1357.48		1359.88		1.96		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
13		1359.65		1359.88		4.36		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
14		1358.62		1359.88		4.82		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
15		1359.67		1359.88		3.15		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
16		1359.98		1359.88		1.86		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
17		1361.29		1359.88		3.00		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
18		1360.12		1359.88		2.46		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
19		1359.82		1359.88		3.67		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
20		1363.04		1359.88		2.82		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
21		1359.06		1359.88		3.23		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
22		1360.89		1359.88		2.49		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
23		1358.29		1359.88		0.73		1355.66	1364.10		1357.06	1362.69
24												
25				Moyenne		Fusion						
26												
27				1359.88		3.15						
28												
29												
30												
31												
32												
33												
34												

Prêt

# La masse volumique apparente du sable sec

## Limites de surveillance



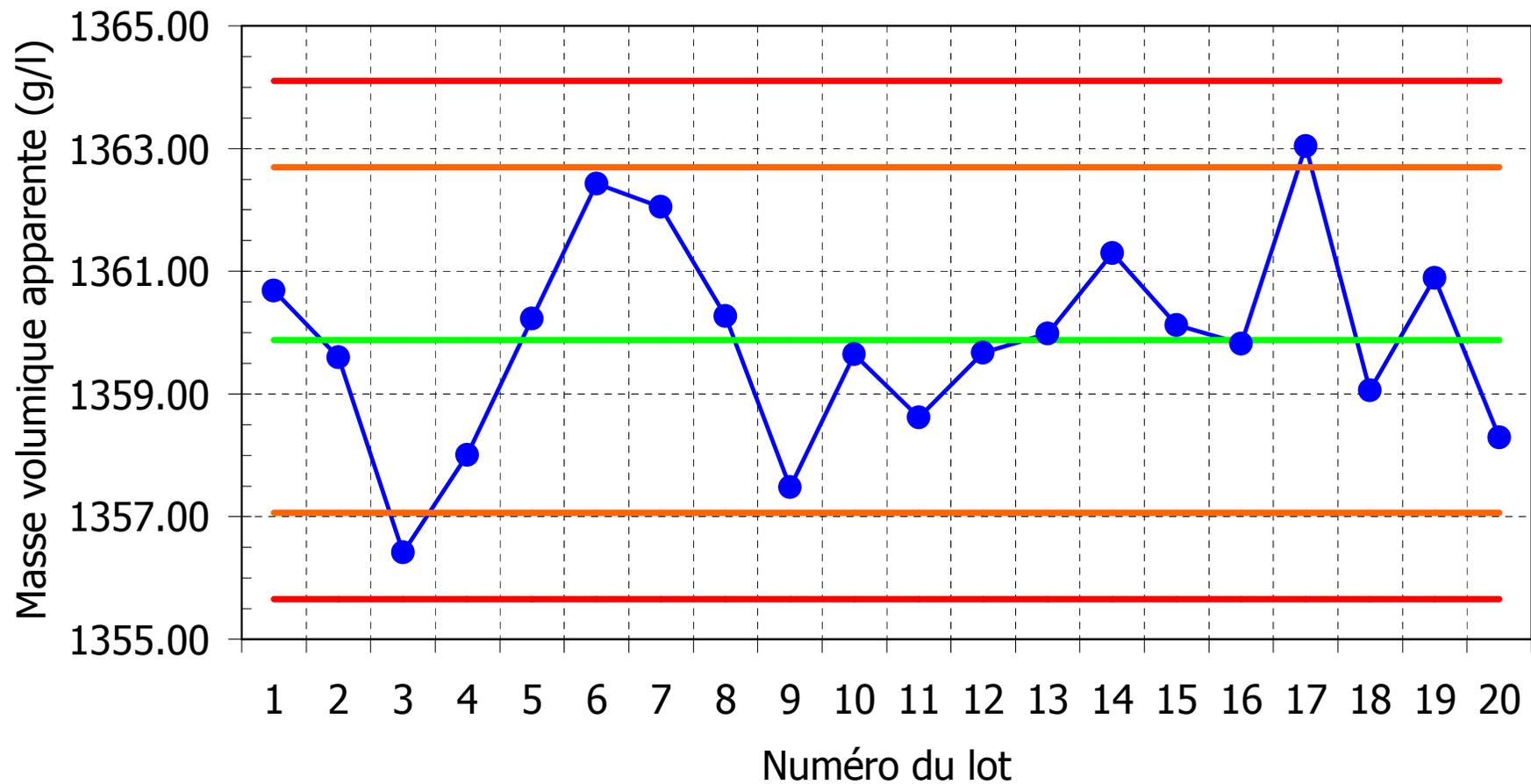
## Définition ...

- Carte de contrôle :
  - Graphique sur lequel sont tracées les *limites supérieures* et/ou *inférieures du contrôle*, et où l'on reporte les valeurs d'une mesure statistique faite sur une *série d'échantillons* ou de sous-groupes, généralement dans un ordre chronologique de numéro d'échantillon.
  - Le graphique présente souvent une ligne centrale aidant au repérage de la dérive des valeurs reportées vers l'une ou l'autre des limites de contrôle.

(NF ISO 3534-1)

# La masse volumique apparente du sable sec

## Carte de contrôle de la moyenne



## Définition ...

- Test statistique :
  - Procédure statistique pour décider si l'*hypothèse nulle* doit être rejetée en faveur de l'*hypothèse alternative* ou non.
  - La décision sur l'hypothèse nulle est prise selon les valeurs d'un test statistique ou statistiques appropriées.
  - Le test statistique étant une variable aléatoire, la prise de décision comprend certains risques d'erreur.
  - D'une façon générale, un test statistique suppose *a priori* que certaines hypothèses soient vérifiées (par exemple hypothèse d'indépendance des observations, hypothèse de normalité, etc.).

(NF ISO 3534-1)