

TOURNOI MATHEMATIQUE DU LIMOUSIN

IREM, 123 avenue Albert Thomas 87060 Limoges CEDEX

Le plaisir de chercher





2017

Mardi 17 janvier TOURNOI dans les classes de lycée

Samedi 20 mai REMISE DES PRIX

sous la présidence de Monsieur le Recteur

Le Tournoi Mathématique du Limousin a été créé par :

- la Régionale de Limoges de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public ;
- le Département de mathématiques de la Faculté des Sciences de Limoges ;
- l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Limoges ;
- l'Inspection Pédagogique Régionale de mathématiques de Limoges.

Quelques recommandations:

Vous travaillez à plusieurs dans une même salle, pensez à respecter le travail des autres.

Vous pouvez parler avec votre équipier, mais ... sans faire de bruit.

Pensez qu'il faut justifier vos réponses.

Les calculatrices sont autorisées.

Chaque équipe remet une seule copie. **Ecrivez en majuscules vos noms et prénoms** en tête de la copie, ainsi que **votre classe**, **votre section** et le nom de **votre établissement**.

1

Pour chacun des textes composant le sujet, vous ne devez pas hésiter à proposer des solutions partielles, des prolongements,...

Bref, place à votre imagination créatrice, aux idées même insolites et au plaisir de chercher.

Avoir le comportement du chercheur c'est :

essayer, expérimenter, conjecturer, induire, déduire, relier, trouver, douter, critiquer, généraliser, modéliser, conceptualiser, schématiser, formaliser ...

Bonne chance à vous tous, Chevaliers du Tournoi!

Le corrigé du Tournoi Mathématique du Limousin sera disponible dès la fin des épreuves sur le site de l'IREM de Limoges : www.unilim.fr/irem/

Mise en boîte

1) On veut répartir n boules numérotées de 1 à n dans deux boîtes de façon qu'aucune boîte ne soit vide et que, pour chaque boîte, le nombre total de boules se trouvant dans la boîte ne soit pas égal à l'un des numéros des boules qui sont dans cette boîte.

Expliquez pourquoi il n'y a qu'une possibilité pour n=3 : la boule 2 dans une boîte, les boules 1 et 3 dans l'autre.

Écrivez toutes les possibilités pour n=4, n=5 puis n=6. Combien y a-t-il de possibilités pour n=7 ?

2) On répartit maintenant les n boules numérotées de 1 à n dans trois boîtes de façon qu'aucune boîte ne soit vide et que, pour chaque boîte, le nombre total de boules se trouvant dans la boîte ne soit pas égal à l'un des numéros des boules qui sont dans cette boîte.

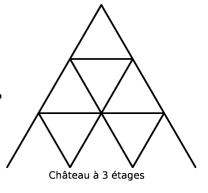
Écrivez toutes les possibilités pour n=4, puis pour n=5. Combien y a-t-il de possibilités pour n=6?

Château de cartes

On utilise des cartes identiques pour construire un château comme ci-contre.

- 1) Combien faut-il de cartes pour construire un château à 5 étages, à 7 étages ?
- 2) Soit n un entier positif : combien de cartes faut-il pour construire un château à n étages ?

On rappelle que la somme des entiers de 1 à n est : $1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

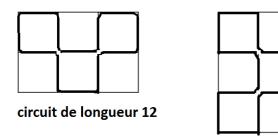


- 3) On dispose de 2017 cartes. Combien d'étages comporte le plus grand château que l'on puisse faire ? Combien de cartes reste-t-il alors ? Combien en manque-t-il pour faire un étage de plus ?
- 4) On souhaite réaliser un château qui mesure au moins 2017 mm de haut. On dispose de cartes dont la hauteur mesure 9 cm. Quel est le nombre minimum de cartes nécessaires ?

Longs-circuits

Sur chacune de ces deux grilles (2×3 avec 12 nœuds et 3×3 avec 16 nœuds) on a tracé un circuit fermé en suivant les lignes de façon que le circuit ne passe pas deux fois par le même segment (mais il peut passer deux fois par le même nœud de la grille).

2



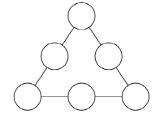
circuit de longueur 20

- 1) Expliquez pourquoi, sur ces grilles, on ne peut pas tracer de circuit fermé plus long ne passant pas deux fois par le même segment.
- 2) Tracez un circuit fermé le plus long possible ne passant pas deux fois par le même segment sur une grille 3×5 avec 24 nœuds, puis sur une grille 3×4 avec 20 nœuds. Quelles sont les longueurs de ces circuits ? Expliquez pourquoi on ne peut pas tracer de circuit fermé plus long ne passant pas deux fois par le même segment sur ces grilles.
- 3) On veut généraliser à une grille $a \times b$ avec (a+1)(b+1) nœuds, a et b étant des entiers supérieurs ou égaux à 2. Quelle est la longueur maximale d'un circuit fermé ne passant pas deux fois par le même segment ? (traitez d'abord le cas où a et b sont impairs)

Triangles magiques

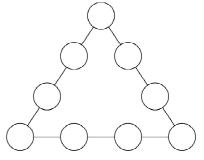
(pour les secondes)

1) Placez six nombres entiers consécutifs dans les six cercles de façon que les sommes de trois nombres alignés soient toutes égales à 2017.



2) Placez neuf nombres entiers consécutifs dans les neuf cercles de façon que les sommes de quatre nombres alignés soient toutes égales à 2017.

Donnez une seule solution en expliquant bien comment vous l'avez obtenue.



Sommes d'entiers consécutifs

(pour les premières et terminales)

- 1) Montrez que le nombre 30 peut s'écrire à la fois comme la somme de 3 entiers consécutifs, de 4 entiers consécutifs et de 5 entiers consécutifs.
- 2) Trouvez un nombre qui peut s'écrire à la fois comme la somme de 5 entiers consécutifs, de 6 entiers consécutifs et de 7 entiers consécutifs.
- 3) Généralisation : Trouvez un nombre qui peut s'écrire à la fois comme la somme de 2n-1 entiers consécutifs, de 2n entiers consécutifs et de 2n+1 entiers consécutifs.
- 4) Existe-t-il un nombre qui peut s'écrire à la fois comme la somme de 2n entiers consécutifs, de 2n+1 entiers consécutifs et de 2n+2 entiers consécutifs ?

3

Avec le soutien :

- du Rectorat de l'Académie de Limoges,
- du Conseil Régional de la Nouvelle-Aquitaine,
- des Conseils Départementaux de la Corrèze et de la Creuse,
- de l'Université de Limoges,
- de la Faculté des Sciences et Techniques de Limoges,
- du Département de Mathématiques de la Faculté des Sciences de Limoges,
- de l'École Supérieure du Professorat et de l'Éducation de l'Académie de Limoges,
- de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public,
- de l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Limoges,
- du Comité International des Jeux Mathématiques,
- des Calculatrices CASIO,
- des Calculatrices Texas Instrument,
- de l'Association Limousine des Sports Aériens,
- de la Banque Populaire Aquitaine Centre Atlantique,
- de Récréasciences CCSTI,
- des éditions Pole-Tangente,
- de la MAIF et de la MGEN,
- de la librairie Page et Plume de Limoges,
- de la librairie Anecdotes,
- du Bowling Club Limousin et du Bowling de Brive,
- de la patinoire de Limoges (Vert Marine),
- du Laser Game Evolution de Limoges,
- des madeleines Bijou,
- de la Fédération des œuvres laïques de la Haute-Vienne,
- de Tarz en Arbre Limoges,
- des Kartings de Pageas, de Lubersac et de Limoges (RMT),
- du service des sports de la ville de Limoges (entrées piscine et mini golf)

Tournoi Mathématique du Limousin 123, avenue Albert Thomas 87060 Limoges Cedex

4