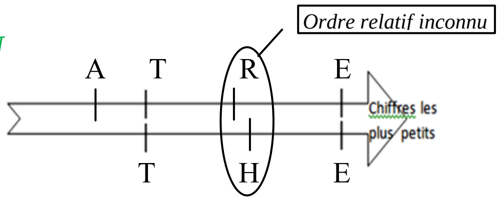
TOURNOI MATHEMATIQUE du LIMOUSIN 2020 en Lycées Professionnels

Thème : Mathématiques et Théâtre !!!

Le DÉFI, si vous l'acceptez, est d'aider une troupe de jeunes à mener à bien leur projet théâtral

Éléments de CORRECTION



1. Théâtre,Théâtre, quand tu nous tiens…

Situation :

Commençons par classer les lettres : A >T > {R et H} > E.

Chiffres possibles au vu de l'ordre imposé

Lettres	E	T	A	R	H
Possibilités de chiffres	0 1 2 3 4 5	3 4 5 6 7 8	4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7	1 2 3 4 5 6 7

1) Le plus petit nombre

On ne peut pas classer R et H entre elles. Pour obtenir le plus petit nombre THEATRE, on doit prendre E = 0, puis H=1 et R=2 (H étant placée à gauche de R dans le mot THEATRE, c'est H qui vaut 1), puis T = 3, enfin A = 4.

→ ***Le plus petit nombre s'écrivant ainsi est* THEATRE = 3 104 320**.

2) Le plus grand nombre

On commence par prendre T = 8 et A = 9 (T étant placée le plus à gauche dans le mot THEATRE, il prend 8 -voir tableau des possibles- et sachant que A > T , A prend 9), puis H = 7, puis R = 6 (H étant placée à gauche de R c'est H qui vaut 7) et enfin E = 5.

→ ***Le plus grand nombre s'écrivant ainsi est* THEATRE = 8 759 865.**

3) Combien de nombres possibles de chiffres 1 à 7

Procédure par essais organisés :

En additionnant toutes les possibilités comptabilisées dans le tableau ci-contre, On obtient :

6 + 12 + 4 + 12 + 6 + 2 = 42

→ ***Cela fait donc 42 nombres possibles***

Nombre de possibilités	Valeurs T et E choisis	Chiffres possibles, T et E fixés						
		T	(H ; R) ↔	E	A	T	R	E
3 nombres x 2 (inversion H et R) = **6 possibilités**	**(4 ; 1)**		**3 ; 2**		**5 6 7**			
3x 2nombresx2 = **12possibilités**	**(5 ; 1)**		**4 ; 3 4 ; 2 3 ; 2**		**6 7**			
2 nombres x 2 = **4 possibilités**	**(5 ; 2)**		**4 ; 3**		**6 7**			
6 nombres x 2 =**12 possibilités**	**(6 ; 1)**		**5 ; 4 5 ; 3 5 ; 2 4 ; 3 4 ; 2 3 ; 2**		**7**			
3 nombres x 2 = **6 possibilités**	**(6 ; 2)**		**4 ; 3 4 ; 2 3 ; 2**		**7**			
1 nombre x 2 = **2 possibilités**	**(6 ; 3)**		**5 ; 4**		**7**			

Procédure arithmétique :

On pourrait chercher à écrire tous les nombres s'écrivant ainsi avec les chiffres de 1 à 7 mais il est plus rapide de compter les possibilités. Pour écrire THEATRE, il faut choisir 5 chiffres vérifiant les inégalités imposées. Comme on dispose de sept chiffres, il faut en éliminer 2 : il y a 21 façons (6 cas si le plus petit est 1, 5 cas si le plus petit est 2, etc...) **21 = 6+5+4+3+2+1**
Ensuite on n'a pas le choix pour les deux plus grands (A>T) ni pour le plus petit (E). Il reste à choisir qui est H parmi les deux qui restent H-R (cela double les possibilités)

au total **21x2= 42** possibilités

→ ***on trouve ainsi 42 possibilités de nombre avec des chiffres de 1 à 7***

2. Une troupe bien organisée !

Nous mettrons des **X** quand c'est **Faux** et des **O** quand c'est **vrai**
Un **Vrai, O**, implique des croix sur la ligne et la colonne de la grande case-catégorie (*le* ***O*** *étant à l'intersection ligne-colonne*)

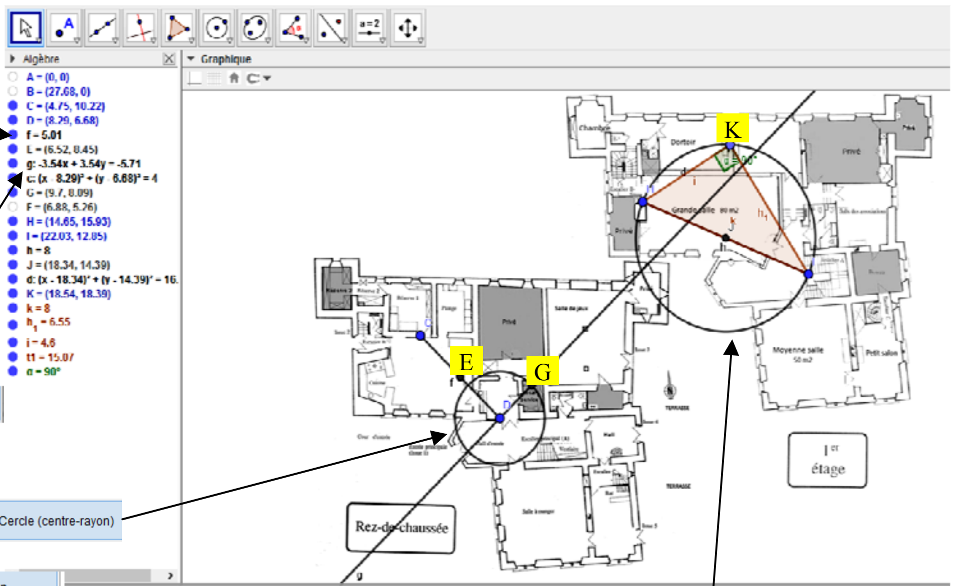
		Nombre de lignes (x l'inconnue) le -			le +	Personnages				Couleur de costume			
		x	25	124	133	Harpagon	Cléante	Marianne	Elise	Noir	Jaune	Violet	Bleu
Lien entre eux F Fille , G fils	Enfant G	X	X	X	O	X	O	X	X	X	X	X	O
	Enfant F	O	X	X	X	X	X	X	O	X	O	X	X
	Amant(e)	X	O	X	X	X	X	O	X	X	X	O	X
	Père	X	X	O	X	O	X	X	X	O	X	X	X
Couleur de costume	Noir	X	X	O		O	X	X	X				
	Jaune	O	X	X	X	X	X	X	O				
	Violet	X	O	X	X	X	X	O	X				
	Bleu	X	X	X	O	X	O	X	X				
Personnages	Harpagon	X	X	O	X								
	Cléante	X	X	X	O								
	Marianne	X	O	X	X								
	Elise	O	X	X	X								

→ ***On a donc la répartition suivante des personnages :***

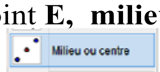
- **Harpagon** est le père, ayant *124* lignes de texte, habillé en **Noir**
- **Cléante** est le fils, ayant *133* lignes de texte, habillé en **Bleu**
- **Marianne** est l'amante, ayant *25* lignes de texte, habillée en **Violet**
- **Elise** est la fille, ayant x= *7* lignes de texte (comme il y a 289 lignes en tout x = 289 -133 - 124 - 25 = *7*), habillée en **Jaune**

3. Un Avare bien inquiet !

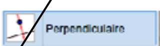
1) Tracé de l'avare pour cacher les clés et le coffre :



On crée un segment **[CD]**, on relève ici que **f**, sa longueur, est de **5,01** (m)
Pour « reculer de la moitié», on peut tracer le point **E, milieu** du segment **[CD]**

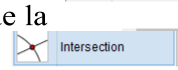


→ ***Le point*** **E** ***indique l'endroit où est cachée une clé du coffre***
Au point **D**, on va tracer la **perpendiculaire** à [CD]

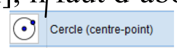


C'est la droite nommée **g**
On trace le **cercle** de centre **D** et de **rayon 2** (m) car on fait « 4 pas »

On demande l'intersection de la perpendiculaire et du cercle,



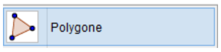
le **point G**, → ***c'est le placard où est cachée la seconde clé, sur des étagères***
A l'étage, on crée un segment **[HI]** entre l'escalier principal et le bord droit de la cheminée de la grande salle. On relève ici que **h**, sa longueur, est de **8** (m). Pour tracer le cercle de diamètre**[HI]**, il faut d'abord placer le **milieu** de **[HI]**, le point **J**. On trace ensuite un cercle de centre **J** passant par **H**



Le cercle coupe le mur d'entrée dans le « dortoir » au point **K** → ***c'est dans ce mur qu'est placé le coffret***

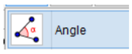
2) Message avec un triangle:

a) Tracé du triangle

On trace le triangle **IHK**,  les mesures des 3 côtés apparaissent **k**, $\mathbf{h_1}$ et **i**. On relève les longueurs issues de K (**i** et $\mathbf{h_1}$) soit **KI = 6,55** (m) et **KH = 4,6** (m)

→ Le coffret est donc à 4,5 m, soit 9 pas, de la cheminée (arrondir au pas près revient à arrondir à 0,5 m près) et à 6,5 m de l'escalier, soit 13 pas.

b) Propriété du triangle

Procédure par mesure : Pour mesurer l'angle $\widehat{K}$, on prend l'onglet  , on relève alors α = **90°**

→ IHK est un triangle rectangle en K

Procédure par calcul :
Dans le triangle IHK, on connait les 3 longueurs et on souhaite vérifier par la réciproque de Pythagore que l'on a un angle droit en K

Le plus grand coté est **HI = 8** (m) et les 2 autres **KI = 6,55** (m) et **KH = 4,6** (m)

Il faut vérifier si il y a égalité entre **HI²** et **KI² + KH²**

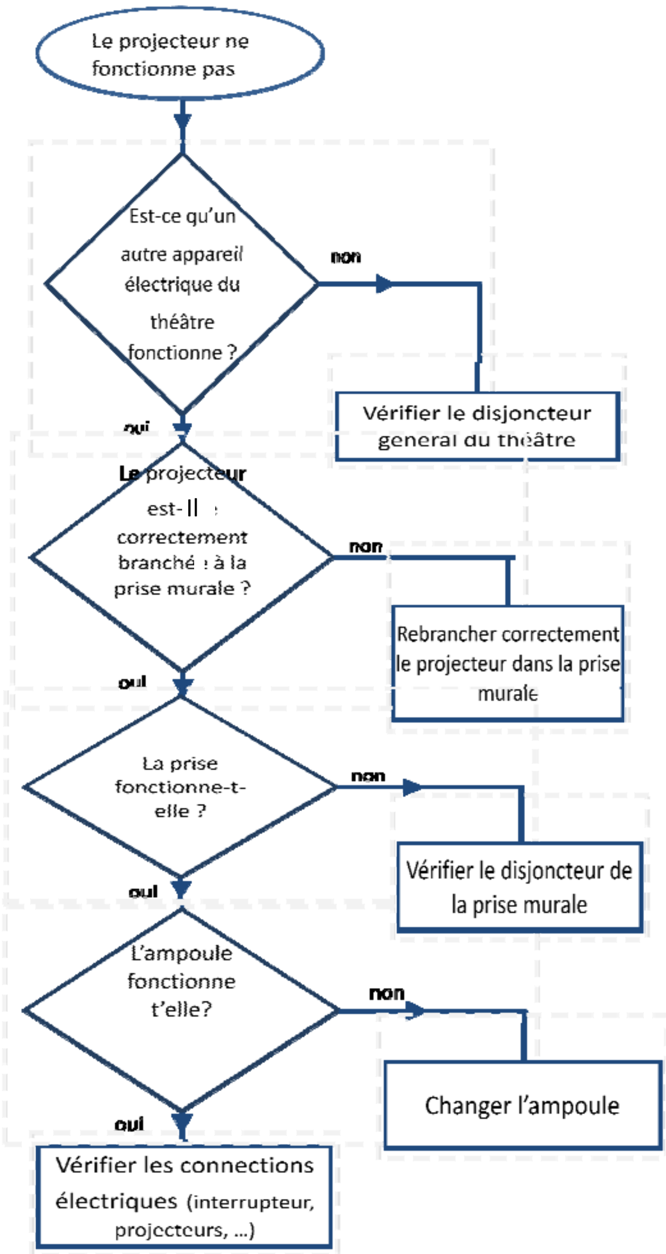
$\left.\begin{array}{l} \mathbf{HI^2 = 8^2 = 64} \\ \text{Et } \mathbf{KI^2 + KH^2 = 6{,}55^2 + 4{,}6^2 = 42{,}9025 + 21{,}16 \approx 64{,}06} \end{array}\right\}$ $\mathbf{HI^2 \approx KI^2 + KH^2}$ donc selon la réciproque de Pythagore, **HIK est rectangle en K**

Procédure géométrique : Le point K est sur un cercle de diamètre [HI] donc il forme un triangle rectangle d'hypoténuse le diamètre → **HIK est rectangle en K**

4. Levée de rideau

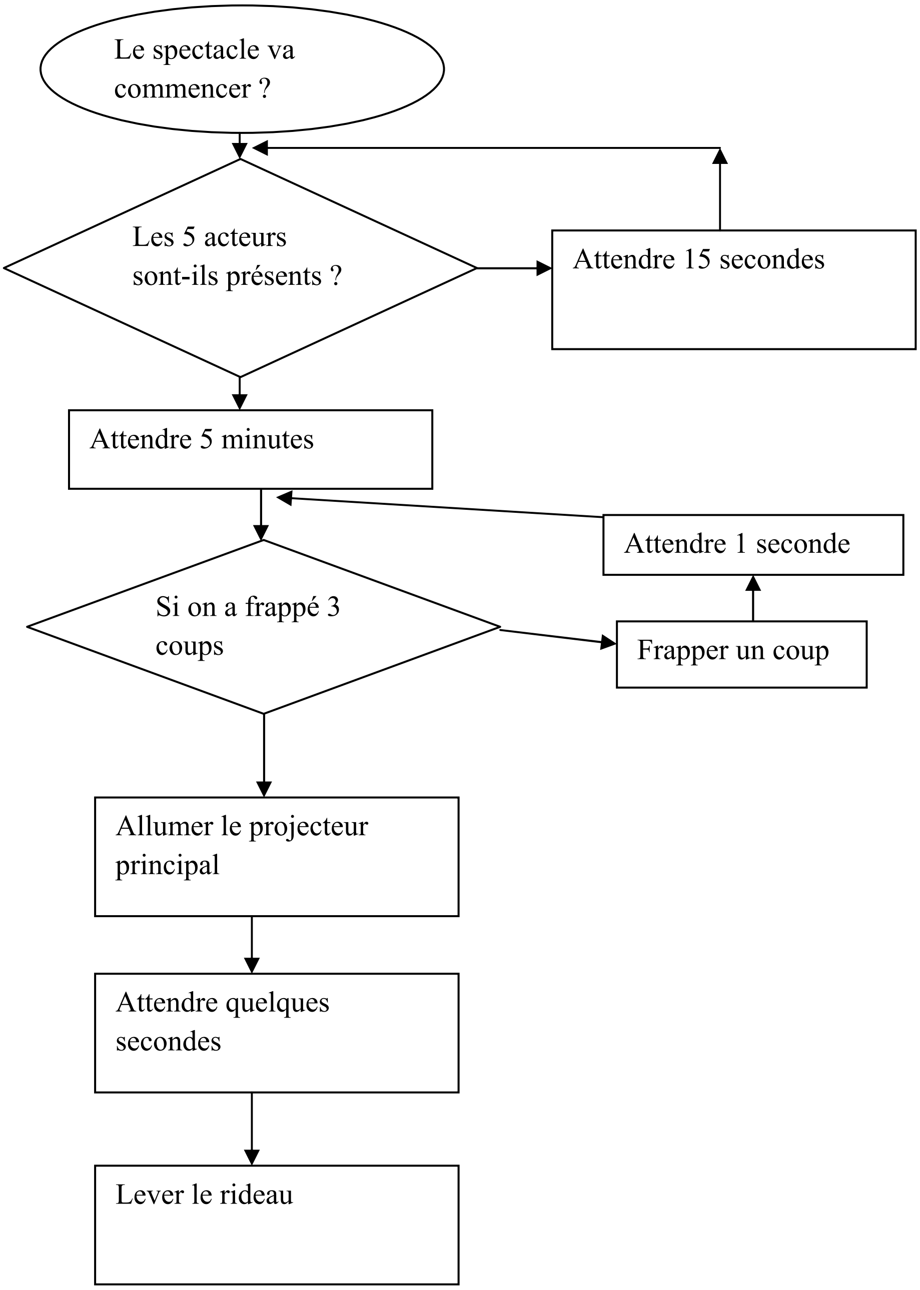
1) Réparer le projecteur.

On crée un segment



→ L'ordre n'a pas vraiment d'importance, ce qui compte c'est l'association du losange avec le bon rectangle.

2) Gestion des mécanismes



On peut faire sonner les 3 coups sans utiliser de boucles, mais avec une succession d'actions.

BONUS

1) Le nombre BONUS.

« la différence entre le grand et petit théâtre » correspond à **8 759 865 – 3 104 320 = 5 655 545**
« trois fois le carré du nombre de lignes du monologue … » **3 x 33 ^{2} = 3 x 1089 = 3267**
Car le monologue d'Harpagon fait **33 lignes** (*on ne compte pas la ligne de didascalie*)
Le « quotient » de la différence : 5 655 545 par 3267 correspond à **5 655 545 ÷ 3267 = 1731,11…**
« arrondi à l'entier » : **1731**
« …a lui ajouter le nombre de lignes de l'acte IV » correspond à **1731 + 289 = 2020**
Car dans l'exercice n°2, nous trouvons « *Le texte à apprendre dans l'acte IV pour ces personnages représente au total 289 lignes* » ***→ le nombre BONUS est 2020***

2) Sa particularité.

2020 est notre nouvelle année !!!