Tournoi mathématique du limousin

Eléments de correction

1. Zone de baignade

Méthode expérimentale :

En utilisant le fichier Geogebra ou le fichier « tableur », on obtient une aire maximale égale à 2450 m^2 pour AB = 35 m. Nous pouvons en conclure que les dimensions de la zone rectangulaire de baignade d'aire maximalesont : AB = 35 m et BB' = 70 m.
Il est important d'expliquer la méthode utilisée pour réaliser les conjectures.
Les formules utilisées dans le tableur doivent être clairement écrites et la méthode de calcul de BB' explicitée.

Méthode algébrique :

Mise en équation du problème :
La largeur de la zone rectangulaire est $l = x$, donc sa longueur est $L = 140 - 2x$.
L'aire de la zone est $S = l \times L$ d'où : $S = x \times (140 - 2x) = -2x^2 + 140x$.

La détermination de la valeur de x pour laquelle l'aire est maximale peut se faire à l'aide d'une méthode correspondant au niveau de formation du candidat ou à l'aide d'une expérimentation (calculatrice et logiciel). Toute méthode utilisée doit être clairement explicitée.
Le résultat est $x = 35$, donc AB = 35 m et BB' = 70 m.

2. Championnat de football.

Possibilité 1 : 12 matches gagnés, 2 matches nuls et 5 matches perdus car
$12 \times 3 + 2\times1 + 5\times0 = 38$ et $12 + 2 + 5 = 19$

Possibilité 2 : 11 matches gagnés, 5 matches nuls et 3 matches perdus car
$11 \times 3 + 5\times1 + 3\times0 = 38$ et $11 + 5 + 3 = 19$

Possibilité 3 : 10 matches gagnés, 8 matches nuls et 1 match perdu car
$10 \times 3 + 8\times1 + 1\times0 = 38$ et $10 + 8 + 1 = 19$

Il est important également de montrer qu'il n'y a pas d'autres possibilités. Pour une équipe ayant 38 points à la 19e journée du championnat, il n'est pas possible de gagner plus de 12 matches ($13 \times 3 = 39$ est supérieur à 38) et moins de 10 matches :
si une équipe gagne x matches, elle marque $3x$ points donc pour avoir un score de 38 elle doit avoir $38 - 3x$ matches nuls ; il faut donc que $x + (38 - 3x) = 38 - 2x$ soit inférieur ou égal à 19 (nombre total de matches), donc que $x > 9{,}5$ donc que $x \geq 10$.

3. Terrain

Dimensions du terrain :

Méthode expérimentale :

A l'aide du fichier Geogebra, il est possible de conjecturer la mesure de la largeur du terrainpour une aire de 100 m^2. On obtient une largeur de 5 m. Dans ce cas, la longueur est égale à 20 m (4×5).

Méthode algébrique :

Mise en équation du problème :
La largeur est $l = x$, donc la longueur est $L = 4x$, donc l'aire est $l \times L = 4x^2 = 100$ d'où $x = l = 5$ et $L = 20$.

Dimensions de la grange :

Méthode expérimentale :

A l'aide du fichier Geogebra, il est possible de conjecturer la hauteur de la grange pour un volume de 64 m^3. On obtient une hauteur de 2 m. Dans ce cas, la longueur est égale à 8 m (4×2) et la largeur est égale à 4 m (2×2).

Méthode algébrique :

Mise en équation du problème :
La hauteur est $h = x$, donc la longueur est $L = 4x$ et la largeur est $l = 2x$.
Le volume est : $h \times l \times L = 8x^3 = 64$ d'où $x = 2$.
Donc h=2m, L = 8m et l=4m.

4. Ile aux pirates

Méthode expérimentale :

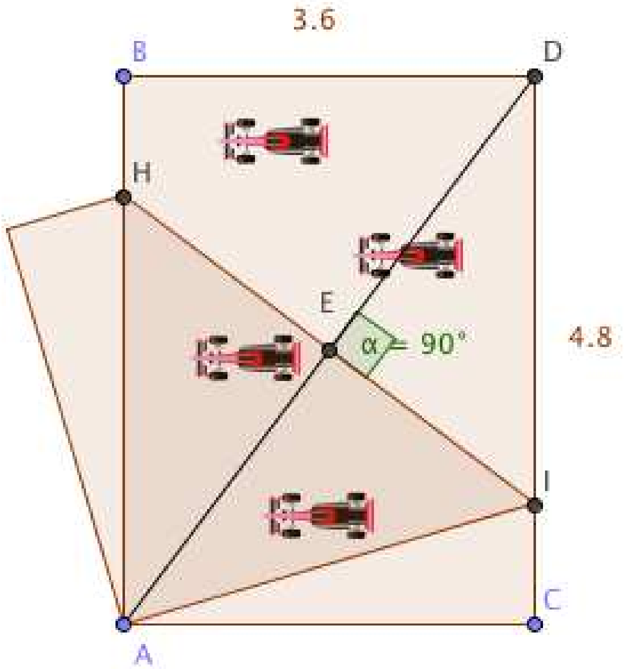
A l'aide du fichier Geogebra, il est possible de conjecturer les coordonnées de l'emplacement du trésor (50 ; 25). Il est important d'expliquer la méthode en utilisant les indices fournis.

Méthode algébrique :

Le trésor se trouve à l'intersection de la courbe d'équation $y=ax^2$ et de la droite $y = 0,5x$

Avec les informations données par les indices, il est possible de calculer a = 0,01. Le problème revient donc à résoudre l'équation $0,01x^2 = 0,5x$, on obtient : x = 50 et y = 25.

5. Tapis



Le pliage, nous permet de dire que :

Le triangle DIA est isocèle et le point E est le centre du segment DA.

Donc l'angle $\widehat{DEI}$ est un angle droit.

A l'aide du théorème de Pythagore, nous pouvons écrire :

$$DA^2 = AC^2 + CD^2$$

Qui permet de calculer DA = 6,
donc DE =3

Le triangle rectangle DEI est une réduction du triangle rectangle DCA (puisque les deux triangles on l'angle de sommet D en commun).

Les côtés du triangle DEI sont donc proportionnels à ceux du triangle DCA.
On a donc $\frac{EI}{CA} = \frac{DE}{DC}$ d'où $\frac{EI}{3{,}6} = \frac{3}{4{,}8}$ d'où EI = $\frac{10{,}8}{4{,}8} = \frac{9}{4}$ = 2,25.
On peut donc en conclure que HI = 4,5.

On en déduit que la valeur de la longueur de la pliure est de 4,5 m.

<u>Remarque</u> : Par une méthode expérimentale, en utilisant les propriétés du logiciel Geogebra, le candidat peut estimer la longueur de la pliure ou conjecturer quelques propriétés utiles à la résolution algébrique.