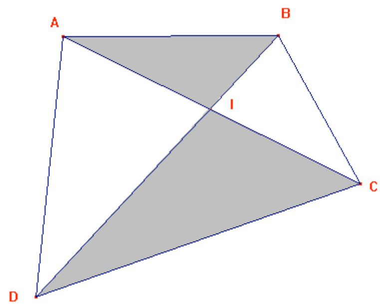
50 - *Aires 3* Cabri

Enoncé :

ABCD est un quadrilatère quelconque, I le point d'intersection de ses diagonales.

Calculer le produit des aires des deux triangles grisés et le produit des aires des deux autres triangles.

Que constate-t-on ? Montrer ce résultat.



Construction :

1. **Polygone :** cliquer en 4 points du plan **puis** sur le point de départ.
2. **Nommer :** cliquer sur chacun des 4 points et les nommer A, B, C et D.
3. **Segment :** cliquer sur A et C, puis sur B et D.
4. **Point sur deux objets :** cliquer sur les deux segments [AC] et [BD]. Le **Nommer** I.
5. **Triangle :** cliquer sur A, B et I ; recommencer avec B, I et C, puis avec C, I et D, et enfin avec D, I et A.
6. **Remplir :** choisir une couleur dans la palette affichée, puis cliquer sur le triangle ABI, avec la question : **Quel objet ?** Choisir triangle. Recommencer avec le triangle DIC.
7. **Aire :** cliquer sur le triangle ABI, avec la même question (**Quel objet ?**) en choisissant triangle. Recommencer avec les trois autres triangles.
8. **Calculatrice :** cliquer sur l'aire de ABI, □, sur l'aire de DIC, =, puis se *positionner* sur le résultat, cliquer avec le **bouton droit** de la souris, choisir **Sélectionner tout** avec le bouton gauche et *afficher le résultat* en un point de l'écran.
   Recommencer avec le produit des deux autres aires.
9. Que constate-t-on ?

Vérifier la validité de l'observation en déplaçant un des 4 sommets du quadrilatère.

Démonstration :

Tracer la hauteur [AK] du triangle ABD, puis la hauteur [CL] du triangle BCD. Alors

Aire de AID = a_1 = Aire de AIB = a_2 =

Aire de CID = a_3 = Aire de CIB = a_4 =

a_1 □ a_4 =

a_2 □ a_3 =

Conclusion :

24 - *Configurations :Droite et cercle d'Euler* **Cabri** **(ou GéoplanW)**

Construction :

1. **Triangle** : cliquer sur trois points du plan (ne pas construire un triangle trop petit !).
2. Les **Nommer** A, B, C.
3. **Médiatrice** : approcher d'un côté du triangle et cliquer lorsque apparaît effectivement le côté choisi. Recommencer pour un second côté.
4. **Point** : à l'intersection de ces deux droites. Le **Nommer** O. Quel est ce point ?

5. Le vérifier par **Cercle** de centre … et déplacer jusqu'à *Passant par le point* …
1. **Cacher** ce cercle.

Pour éviter d'avoir trop de droites tracées, *il est conseillé* de cacher une des deux médiatrices au moins, mais peut-être d'en laisser une pour mémoire ?

7. **Bissectrice** : cliquer sur les trois sommets successivement, par ex B, A, C pour avoir la bissectrice de $\widehat{\ }$,BAC. Recommencer pour un deuxième angle.
8. **Point** : à l'intersection de ces deux droites. Le **Nommer** I. Quel est ce point ?

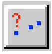
9. Pour le vérifier, **Perpendiculaire** : à un côté, passant par I.
Point : à l'intersection de ce côté avec cette perpendiculaire ;
puis **Cercle** de centre … et déplacer jusqu'à *Passant par le point* que l'on vient de tracer.
10. **Cacher** ce cercle et au moins une des bissectrices.

11. **Milieu** : cliquer sur côté puis sur un second.
12. **Segment** : cliquer sur un des points et le sommet opposé, recommencer pour le second point. On a tracé des ……………
13. **Point** : à l'intersection de ces deux segments. Le **Nommer** G. Quel est ce point ? Où est-il situé ?

14. Pour vérifier, **Distance et longueur**: cliquer sur G et un sommet ; recommencer en cliquant sur le segment tracé ayant le même sommet,
puis **Calculatrice** : taper (2/3) * cliquer sur la longueur trouvée.
Comparer les deux résultats trouvés.
15. **Cacher** tous ces calculs et au moins un des deux segments tracés.
16. **Perpendiculaire** : cliquer sur un côté et le sommet opposé. On a tracé une ………….. ; recommencer avec un second côté.
17. **Point** : à l'intersection de ces deux droites. Le **Nommer** H. Quel est ce point ?

18. **Cacher** au moins une des deux droites tracées.

19. **Droite** : cliquer sur O et G. Déplacer A ou B ou C. Que constate-t-on ?

20. Le vérifier par :  **Alignés(?)**. Cliquer sur les trois points et afficher le résultat de la question.

21. Le quatrième point tracé semble-t-il appartenir à la même droite ? Le vérifier éventuellement.

Cette droite est appelée la droite ……………….

Démonstration :

Tracer le cercle de centre O passant par A et D le point de ce cercle diamétralement opposé à A. Alors (AC) … (CD) car C est un point du cercle de diamètre [AD].

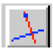
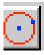
Or (AC) … (BH) car (BH) hauteur

Donc (CD) … (BH)

Recommencer ce raisonnement pour deux autres droites :

En déduire que BHCD est un ………………

Or A’ milieu de [BC], donc A’ milieu de ….. et (AA’) ………………… du triangle AHD.
Or G est situé aux 2/3 de [AA’], donc G est le ………………………….. du triangle AHD.
O est le milieu de [AD], donc [HO] est une ………………. du triangle AHD et donc G …………………… , ce qui signifie que H, G et O sont ……………

22. **Milieu** : cliquer sur A et B ;le **Nommer** C’ ; recommencer avec A et C ; le **Nommer** B’.
23.  **Médiatrice** : cliquer sur A’ et B’, puis sur A’ et C’.
24. **Point** : à l’intersection de ces deux médiatrices. Le **Nommer** O’.
25. **Cacher** ces deux médiatrices.
26.  **Cercle** : le point O’ pour centre et se déplacer jusqu’à A’.
27. **Perpendiculaire** : cliquer sur un côté puis le sommet opposé.
28. **Point** : à l’intersection de cette droite et du côté. Le **Nommer** H1. Recommencer avec H2 et H3. On a construit les 3 hauteurs.
29. **Cacher** les perpendiculaires tracées. Déplacer A ou B ou C. Que constate-t-on pour H1, H2, H3 ?
30. **Milieu** : cliquer sur H et A, puis H et B, puis H et C. Les **Nommer** H’1, H’2, H’3. Que constate-t-on ?

On a trouvé … points du cercle appelé cercle d’Euler ou « cercle des ……… points ».

18 - *Fonctions - Etude complète* **Cabri**

Proposé par Pascal Rouffignac

Enoncé : ABCD est un rectangle tel que AB = 4 et AD = x. E est le point situé à *l'intérieur* de ABCD et tel que ADE soit équilatéral. Le polygone ABCDE est **concave**.

1°) Construire ABCDE (demander une méthode de construction détaillée).

2°) Déterminer à quel intervalle appartient x ? Vérifier avec le logiciel. Définir alors un segment sur lequel D va se déplacer.

3°) Exprimer le périmètre $p(x)$ de ABCDE en fonction de x et vérifier le résultat sur le logiciel.

4°) Représenter le point de coordonnées (x ; $p(x)$) et chercher la courbe décrite par ce point lorsque x varie sur l'intervalle approprié. Cela correspond-il à la représentation graphique de la fonction $p(x)$ trouvée au 3°). Justifier.

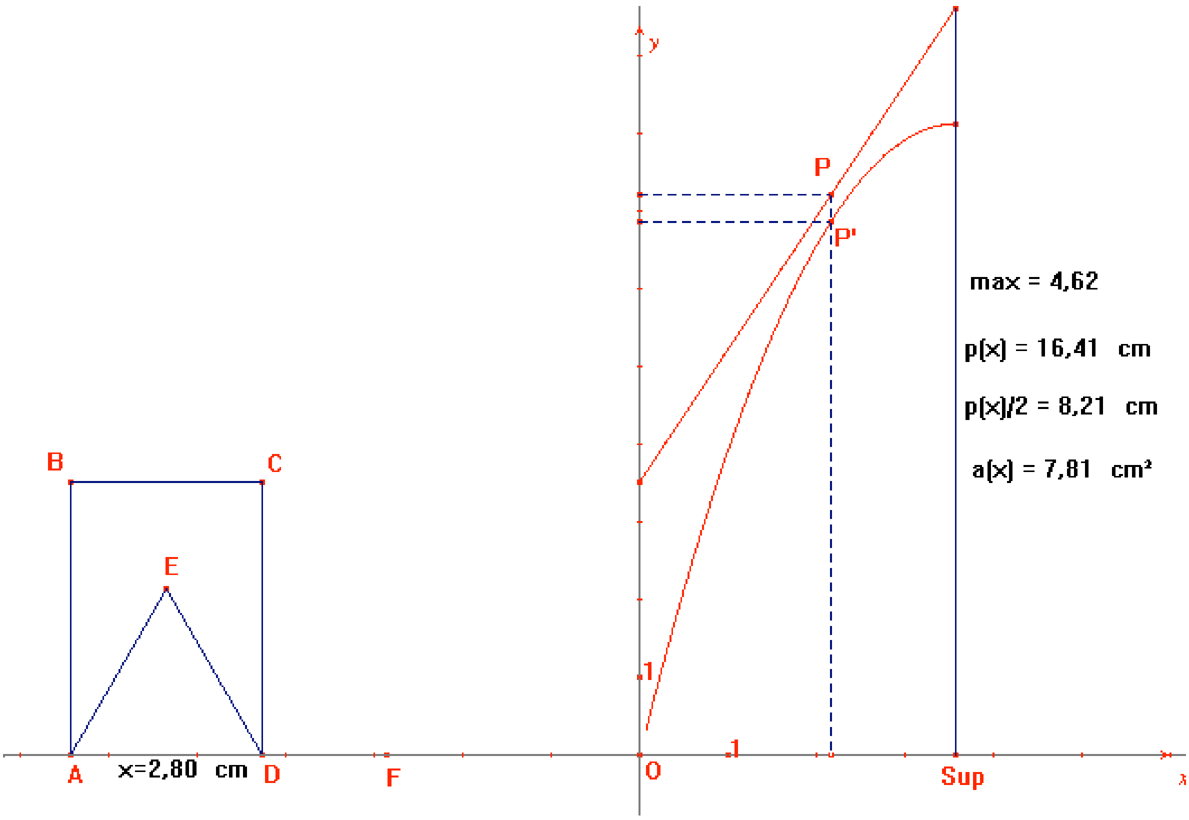
5°) Exprimer l'aire $a(x)$ de ABCDE en fonction de x et vérifier le résultat sur le logiciel.

6°) Représenter le point de coordonnées (x ; $a(x)$) et chercher la courbe décrite par ce point lorsque x varie sur l'intervalle approprié.

7°) Pour quelle valeur de x l'aire de ABCDE est-elle égale à 4 cm_ ? 8 cm_ ? 12 cm_ ? 16 cm_ ? Quel est son maximum ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

Cela correspond-il au sens de variation de la fonction sur l'intervalle ?

1°) **Construction** :



Droite : cliquer en un point du plan et déplacer la souris pour obtenir une droite horizontale.

Nommer : cliquer vers le point de départ et l'appeler A.

Point sur un objet : cliquer sur la droite. Le **Nommer** D.

Perpendiculaire : cliquer sur la droite et le point A.

Nombre : cliquer en un point de l'écran et taper 4.

Report de mesure : cliquer sur A, sur 4 et en un point quelconque.
Cercle : cliquer sur A et se déplacer sur le point précédent.
Point : à l'intersection de la perpendiculaire et du cercle. Le **Nommer** B.
Cacher : cercle et point de construction.
Milieu : cliquer sur B et D.
Symétrie centrale : cliquer sur A et le milieu précédent. **Nommer** C le point obtenu.
Segment : cliquer sur A et B, puis sur B et C, puis sur C et D.
Cacher : cliquer sur les droites (AB), (BC) et (CD).

Par exemple :
Médiatrice : cliquer sur A et sur D.
Distance et longueur : cliquer sur A et sur D, et éventuellement taper x = devant le nombre obtenu.
Report de mesure : cliquer sur A, la valeur de x et en un point quelconque du plan.
Cercle : cliquer sur A et se déplacer jusqu'au point précédent.
Point : à l'intersection de la médiatrice et du cercle. Le **Nommer** E.
Cacher : cliquer sur la médiatrice , le cercle et le point ayant servi à la construction.
Triangle : cliquer sur A, E et D. (*facultatif*)
Polygone : cliquer sur A, B, C, D, E et A. (*éventuellement* **Remplir** : choisir une couleur et cliquer dans le polygone considéré).

2°) **Intervalle de définition** :

Déplacer le point E et chercher la *limite supérieure* de x pour que E reste à l'intérieur de ABCD. Déterminer la *valeur exacte* de ce nombre maximum.

On va alors *redéfinir* D sur un segment de façon à ce que E reste à l'intérieur du rectangle :
Calculatrice : taper 8, /, sqrt(3) et =. Se *positionner* sur le résultat et cliquer avec le *bouton droit* de la souris, **Sélectionner tout** et cliquer en un point quelconque du plan. Avec la **flèche de sélection**, en cliquant 2 fois sur le dernier résultat, on peut remplacer le mot Résultat : par une indication du type max ou sup.
Report de mesure : cliquer sur A, ce nombre et un point quelconque du plan.
Cercle : cliquer sur A et se déplacer jusqu'au point précédent.
Point : à l'intersection de ce cercle et de la droite (AB). Le **Nommer** F.
Segment : cliquer sur A et sur F.
Redéfinir un objet : cliquer sur D, choisir *Point sur un objet*. Rapprocher alors la souris du segment [AF] et dans *Quel objet ?,* choisir **Segment**.

On a ainsi défini le point D, non plus comme un point de la droite , mais comme un point du segment [AF]. Le vérifier en le déplaçant et en constatant qu'il ne dépasse plus le point F et que le point E reste à l'intérieur du rectangle ABCD.

3°) **Calcul du périmètre** :
Distance et longueur : cliquer vers le polygone : il affiche directement le périmètre. Taper devant le nombre $p(x)$.

Vérification :
Calculatrice : taper 3 * x + 8 = et comparer avec le nombre $p(x)$.

4°) **Représentation de la fonction p(x)** :

Pour avoir une courbe complète sur l'écran, on peut diviser la valeur de $p(x)$ par 2 et donc :
Calculatrice : cliquer sur la valeur de $p(x)$, / 2, = . Se *positionner* sur le résultat et cliquer avec le *bouton droit* de la souris, **Sélectionner tout** et cliquer en un point quelconque du plan. Avec la **flèche de sélection** , en cliquant 2 fois sur le dernier résultat, on peut remplacer le mot Résultat par $p(x)/2$=.
Nouveaux axes : cliquer en un point de (AB) et déplacer la souris de façon à ce que l'axe coïncide avec la droite (attention à positionner l'unité à droite), cliquer alors une 1ère fois, puis déplacer la souris pour positionner le 2ème axe verticalement et cliquer une seconde fois.
Nommer : l'origine est appelée O.
Report de mesure : cliquer sur O, la valeur de x et en un point quelconque du plan.
Cercle : cliquer sur O et le point précédent.
Point : à l'intersection du cercle et de l'axe. On peut le **Nommer** x.

Recommencer sur l'autre axe avec $p(x)$.

Perpendiculaire : cliquer sur l'axe (Ox) et sur x, puis sur (Oy) et $p(x)$.
Point : à l'intersection de ces deux perpendiculaires. Le nommer P.
Segment : cliquer sur $p(x)$ et P, puis sur P et x. **Cacher** : les 2 droites précédentes.
Options4*Montrer les attributs* : cliquer sur un des segments précédents puis sur les pointillés.

Recommencer avec l'autre segment.

Lieu (ou **Trace** ou **Animation**) : cliquer sur P puis sur D (ou déplacer D).
La représentation graphique de $p(x)$ est une ………, associée à la fonction ………… $p(x)$ = …….

5°) **Calcul de l'aire** :

Aire : cliquer vers le polygone : il affiche l'aire. Taper devant le nombre $a(x)$.
Vérification :
Remarque : il est possible de faire deux vérifications

☞ **Aire** : cliquer sur le triangle ADE ; on obtient son aire.
Calculatrice : taper 4 * x (qui est l'aire de ABCD) - nombre précédent = . *Comparer* avec $a(x)$.

☞ Après avoir fait le calcul à la main, *entrer directement la formule*.
Calculatrice : taper 4 * x - ((x * x * sqrt(3)) / 4 = et *comparer* avec le résultat de $a(x)$.

6°) **Représentation de la fonction a(x)** :

Même construction que pour $p(x)$. garder la valeur de x, reporter la valeur de $a(x)$ sur (Oy) et appeler P' le point obtenu. **Trace et lieu** : observation de la courbe.

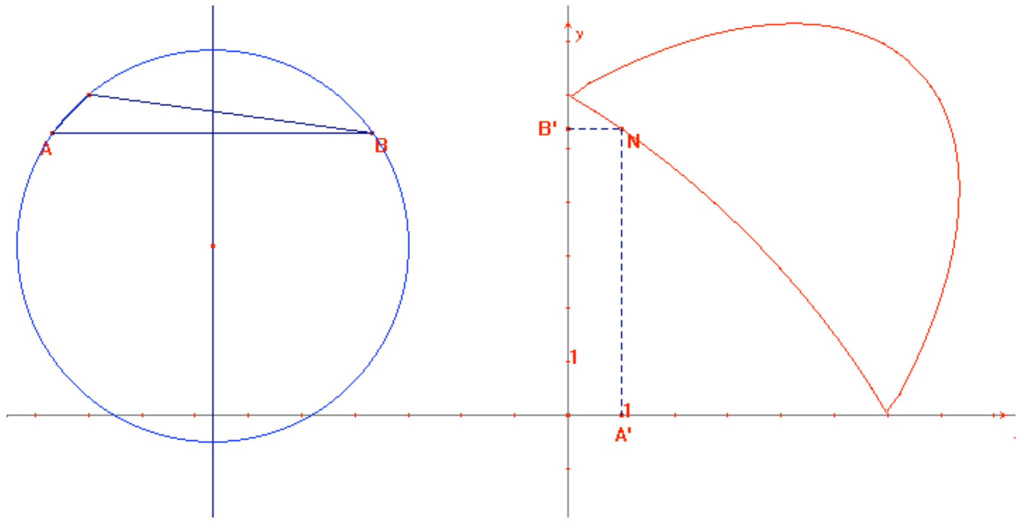
7°) **Valeurs de a(x)** :
Répondre en utilisant le graphique et les valeurs de $p(x)$ et $a(x)$ données par le logiciel pour répondre aux questions posées.

8 - *Fonction : lieux de points*

Cabri

D'après : Math 2nde Ed. Belin

Enoncé : 1°) Construire un segment [AB], faire déplacer un point M sur ce segment, et représenter l'ensemble décrit par le point dont les coordonnées sont MA et MB.



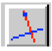
Construction :

1. **Nombre** : cliquer dans le plan et taper 5.
2. **Point** : cliquer dans le plan. **Nommer** ce point A ;
3. **Report de mesure** : cliquer sur A puis sur 5 et cliquer n'importe où.
2. **Cercle** : centre A et se déplacer jusqu'au point construit dans le report de mesure.
3. **Point sur un objet** : cliquer sur le cercle précédent ; le **Nommer** B.
6. **Segment** : cliquer sur A et B.
7. **Cacher** : le cercle et le point ayant servi à le construire dans le report de mesure.
8. **Point sur un Objet** : cliquer sur le segment [AB]. Le **Nommer** M.
9. **Distance et longueur** : cliquer sur M et A, puis sur M et B.
10. **Montrer les axes, Nommer** O l'origine.
11. **Report de mesure** : cliquer sur O puis sur la distance MA, et cliquer n'importe où.
12. **Cercle** : de centre O passant par le dernier point construit.
13. **Point** : à l'intersection de ce cercle et de l'axe des abscisses. Le **Nommer** A'.

Recommencer avec la distance MB et l'axe des ordonnées pour obtenir B'.

14. **Milieu** : cliquer sur A' et B', puis **Symétrie centrale** : cliquer sur O puis sur le milieu trouvé ; **Nommer** le point obtenu N.
15. **Cacher** tous les cercles et les points inutiles. (pour compréhension de la figure).
16. **Segment** : cliquer su A' et N, puis sur B' et N.
17. **Options** : **Montrer les attributs**. *Sélectionner* le segment [NA'], puis cliquer sur les pointillés de la 3ème icône. Recommencer pour [NB'].
18. **Lieu** (ou *trace* ou *animation*) : cliquer sur N puis sur M. Quelle courbe obtient-on ? Déterminer l'expression de cette fonction et l'intervalle sur lequel elle est définie :

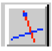
2°) On recommence le même exercice en faisant déplacer M, non plus sur [AB], mais **sur un cercle passant par A et B.**

1.  **Médiatrice** : cliquer sur le segment [AB].

2. **Point** : choisir un point sur cette médiatrice. Le **Nommer** I.

3. **Cercle** : centre I et déplacer jusqu'à A ou B.

4. **Cacher** la médiatrice.

5.  **Redéfinir un objet** : cliquer sur M, puis sur **Point sur un objet** et cliquer sur le cercle tracé. M n'est plus alors sur [AB] mais sur le cercle passant par A et B.

6. *Recommencer* **Lieu** (ou **Trace** ou **Animation**).

Que peut-on dire de la courbe obtenue ?

Peut-elle représenter une fonction ? Pourquoi ?

Le montrer géométriquement :

19 - ***Transformations : Réalisation d’un pavage*** **Cabri**

“Le pavage du Caire”

On construit ce pavage à l’aide d’un seul motif, *le pentagone ABCDE.*

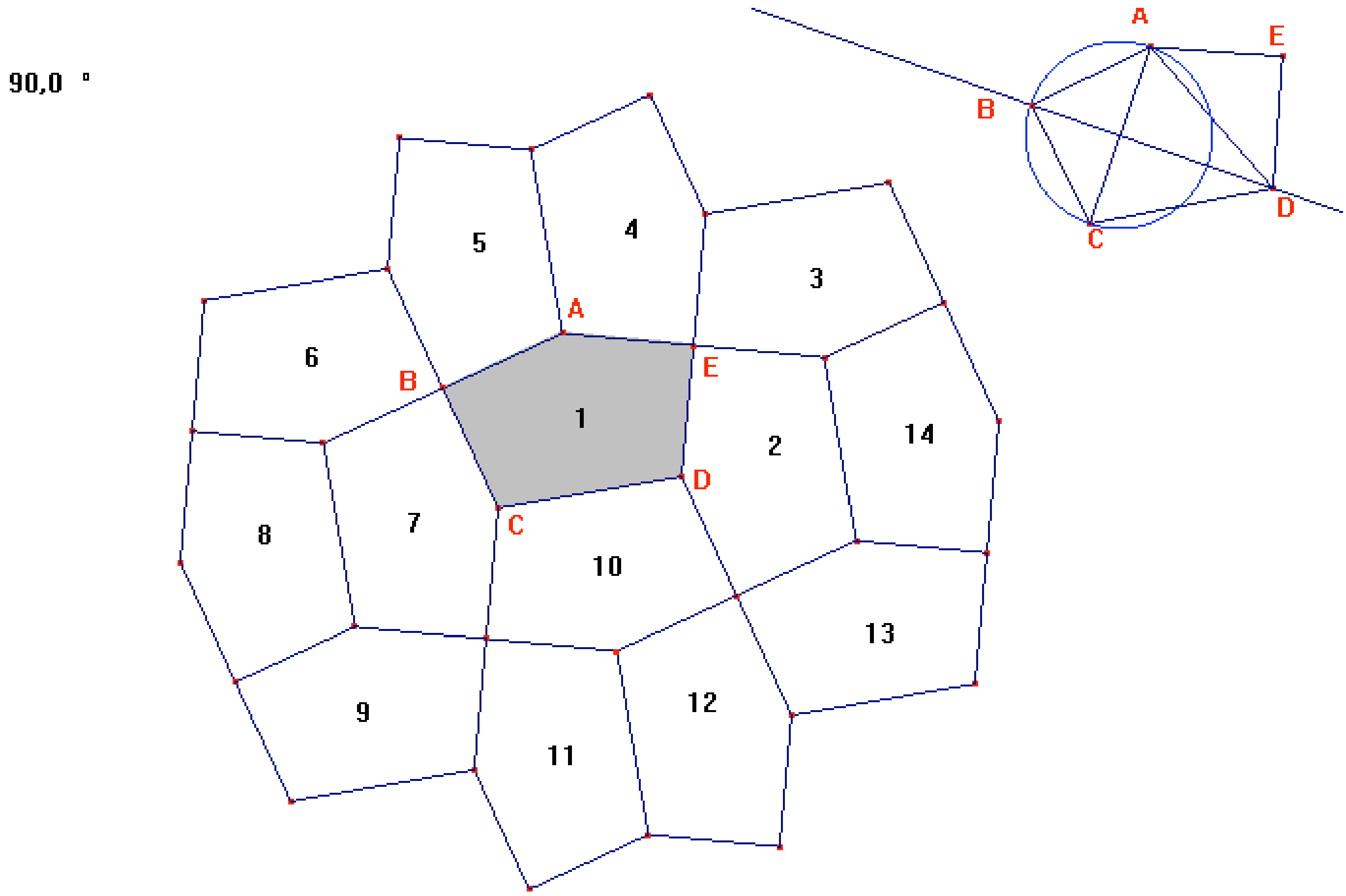
1°) Construire le motif :

- ACD est un triangle équilatéral
- ABC est un triangle rectangle isocèle d’hypoténuse [AC], ADE est un triangle rectangle isocèle d’hypoténuse [AD].
- Placer la mesure de l’angle $\widehat{AED}$ dans un coin de l’écran pour l’utiliser dans les rotations.
- Tracer le pentagone ABCDE, puis cacher les traits de construction.

2°) Réaliser le pavage :

A l’aide de symétries (notées s_I pour un centre I ou $s_{(IJ)}$ pour un axe (IJ)) et de rotations d’angle 90° (notées r(I,□) pour le centre I et l’angle □) du motif 1, construire le pavage ci-dessous.

Indiquer sur la feuille, toutes les transformations utilisées à chaque étape de la construction :



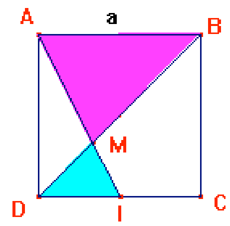
Construction : 1 □ … par ……………… ; ………………

46 - *Triangles semblables 1* Cabri

Enoncé **:**

ABCD est un carré, I le milieu du côté [CD], M le point d'intersection de [AI] et [BD].

Quel est le rapport de l'aire du triangle IMD à l'aire du carré ABCD ?



Construction :

1. **Droite :** cliquer en un point du plan et déplacer la souris de façon à tracer une droite (horizontale)
2. **Nommer :** cliquer sur le 1er point de construction et l'appeler D.
3. **Perpendiculaire :** cliquer sur la droite précédente et le point D.
4. **Point sur un objet :** cliquer en un point de la perpendiculaire précédente. Le **Nommer** A.
5. **Distance et longueur :** cliquer sur D et sur A.
6. **Report de mesure :** cliquer sur D, la valeur obtenue en 5., puis en un point quelconque de l'écran.
7. **Cercle :** cliquer sur D et sur le point obtenu en 6.
8. **Point :** cliquer sur l'intersection du cercle et de la droite horizontale. Le **Nommer** C.
9. **Milieu :** cliquer sur A et C.
10. **Symétrie centrale :** cliquer sur D et le point obtenu en 9. **Nommer** le résultat B.
11. **Polygone :** cliquer sur D, C, B, A **et** D.
12. **Cacher :** cliquer sur les 2 droites, la distance et les points de construction du carré.
13. **Milieu :** cliquer sur D et C. Le **Nommer** I.
14. **Segment :** cliquer sur D et B, puis sur A et I.
15. **Point :** cliquer sur l'intersection des deux segments précédents. Le **Nommer** M.
16. **Triangle :** cliquer sur D, M et I. Recommencer avec A, M et B.
17. **Remplir :** choisir une couleur et cliquer sur le triangle DMI. Recommencer avec une autre couleur et AMB.
18. **Aire :** cliquer sur le triangle DMI, puis sur le triangle AMB et enfin sur le polygone ABCD.
19. Déplacer le point A. Quel lien semble-t-il y avoir entre l'aire de DMI et celle de ABCD ? Le montrer :

Démonstration :

1. Montrer que DMI et AMB sont des triangles semblables :

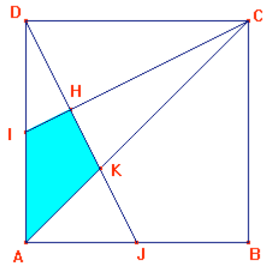
2. Quel est le rapport de similitude ?
   En déduire les hauteurs de ces 2 triangles en fonction de **a** longueur du côté du carré :

3. Exprimer l'aire du triangle DMI en fonction de **a** :
4. Conclure :

47 - *Triangles semblables 2*

Cabri

Enoncé : ABCD est un carré, I le milieu de [AD], J celui de [AB]. [DJ] coupe [CI] et [AC] en H et K.
Quel est le rapport entre l'aire du polygone AIHK et celle du carré ?



Construction :

1. **Droite :** cliquer en un point du plan et déplacer la souris de façon à tracer une droite (horizontale)
2. **Nommer :** cliquer sur le 1er point de construction et l'appeler A.
3. **Perpendiculaire :** cliquer sur la droite précédente et le point A.
4. **Point sur un objet :** cliquer en un point de la perpendiculaire précédente. Le **Nommer** D.
5. **Cercle :** cliquer sur A et se déplacer jusqu'à D.
6. **Point :** cliquer sur l'intersection du cercle et de la droite horizontale. Le **Nommer** B.
7. **Milieu :** cliquer sur B et D.
8. **Symétrie centrale :** cliquer sur A et le point obtenu en 7. **Nommer** le résultat C.
9. **Polygone :** cliquer sur D, C, B, A **et** D.
10. **Cacher :** cliquer sur les 2 droites et les points de construction du carré.
11. **Milieu :** cliquer sur D et A. Le **Nommer** I. Recommencer avec A et B : J.
12. **Segment :** cliquer sur A et C, sur C et I, puis sur D et J.
13. **Point :** cliquer sur l'intersection de [AC] et [DJ]. Le **Nommer** K. Recommencer avec [CI] et [DJ] : H.
14. **Polygone :** cliquer sur A, I, H, K **et** A.
15. **Remplir :** choisir une couleur et cliquer sur le polygone AIHK.
16. **Aire :** cliquer sur le polygone AIHK, puis sur le polygone ABCD.
17. Déplacer le point A. Essayer de trouver une valeur approchée du rapport entre l'aire de AIHK et celle de ABCD ?
    Le montrer :

Démonstration :

1. Montrer que AKJ et DKC sont des triangles semblables :

1. Quel est le rapport de similitude ?
   En déduire les hauteurs de ces 2 triangles en fonction de **a** longueur du côté du carré :

2. Exprimer l'aire du triangle AKJ en fonction de **a** :

3. Montrer que CIH et DIC sont des triangles semblables :

4. Quel est le rapport de similitude ?

5. En déduire l'aire de CIH en fonction de celle de DIC :

Puis calculer par différence, l'aire cherchée à partir de celle de DAJ :

Conclusion :