

Compte-rendu de l'ERR Calcul Mental

IREM de Limoges

Noms et établissements des participants

Coudert Aline, lycée Turgot à Limoges
Grospeaud Marylise, collège Renoir à Limoges
Michard Madeleine, collège et lycée d'Aubusson
Millet Jean-Luc, IUFM de Limoges.

Dossier coordonné par Aline Coudert

I Historique

Le calcul mental est un sujet abordé à l'IREM de Limoges, de l'école primaire jusqu'au lycée depuis plusieurs années.

Préconisé et remis au goût du jour dans les nouveaux programmes, il nous est apparu nécessaire d'organiser et d'étudier de plus près la mise en oeuvre régulière de courtes séances dans nos classes et tenter d'en évaluer leurs portées au niveau des apprentissages. Les travaux de Denis Butlen et de François Boule réalisés auprès d'élèves en difficulté nous ont aidés dans la mise en place des modalités de mise en oeuvre.

Le groupe s'est réuni sur une période de trois années scolaires, à raison de cinq demi-journées par an de septembre 2004 à juin 2007. Les niveaux de la sixième à la première ont été concernés au moins pendant une année, avec suivant les enseignants, une ou plusieurs séances hebdomadaires dans chaque classe.

L'organisation et l'animation de stages en formation continue ou initiale ainsi que l'encadrement de mémoires professionnels en deuxième année d'IUFM sur ce sujet a permis également la collaboration de nombreux collègues à ce travail.

C'est le bilan de cette expérimentation que nous présentons dans les documents suivants :

- **Les objectifs de ce travail** (IDoc1)
- **La mise en oeuvre choisie pour l'organisation des séances** (IDoc2)
- **Les contenus à privilégier suivant les niveaux de classe**
- **Un bilan global de l'expérimentation avec les questions qui se posent encore** (IDoc5)

Document1

Les objectifs de ce travail : le calcul mental dans notre pratique

Le calcul mental a été réhabilité dans les programmes de l'école primaire, puis dans les nouveaux programmes du collège. Un document d'accompagnement pour chacun de ces niveaux en précise les enjeux. (annexe 01).

Plusieurs points sont à souligner par rapport à ces textes et au travail que nous avons réalisé :

– **Ce que nous avons associé aux mots “calcul” et “mental”**

Au fur et à mesure de nos expérimentations la nécessité d'étendre les contenus à tous les domaines autre que le calcul nous est apparu. Sont concernés par exemple :

- Le calcul numérique.
- Le calcul algébrique.
- La géométrie (images mentales de figures clés).
- Représentations graphiques.
- Lectures graphiques.

Dans la réponse attendue de l'élève, suivant le niveau de difficulté, une étape écrite est possible : un calcul intermédiaire ou une figure par exemple. Nous précisons toutes ces modalités dans le protocole des séances.

– **Le rôle indispensable du calcul mental dans tous les apprentissages**

- **Dans le calcul posé**, ou tout travail écrit qui demande l'utilisation d'une technique ou d'une procédure complexe.

Il permet de sauter des étapes et d'alléger la mémoire de travail. Plus on avance dans les niveaux de classe, plus les techniques et les procédures à automatiser sont nombreuses. *Effectuer une division avec la technique de la puissance nécessite de nombreux traitements mentaux et la connaissance des tables de multiplication est indispensable. Calculer la dérivée d'une fonction rationnelle en première est une tâche très lourde pour un élève qui n'a pas mémorisé les dérivées des fonctions de référence et n'a pas suffisamment d'automatismes en calcul algébrique.* Si ce travail technique lui demande trop d'efforts, il perd de vue l'objectif global, il n'arrive pas au bout de la tâche demandée ou il n'est pas disponible pour l'acquisition de connaissances nouvelles.

- **Dans le calcul instrumenté** pour vérifier ou contrôler un résultat avec un ordre de grandeur ou une image mentale de la courbe d'une fonction par exemple. L'usage d'une simple calculatrice, d'une calculatrice graphique ou d'un logiciel de calcul formel demande à être accompagné et cadrer pour que les élèves en tirent profit.

- **Les deux formes de calcul mental à travailler conjointement dans une progression adaptée.**

Dans les différentes fonctions du calcul mental présentées dans les programmes, celle qui est privilégiée est de lier calcul et raisonnement, elle nécessite une part d'initiative et de choix. On voit donc apparaître dans le vocabulaire associé au calcul mental, *le*

calcul mental automatisé et le calcul mental réfléchi.

Le calcul mental automatisé vise la mémorisation de résultats directement disponibles ou l'automatisation de procédures immédiatement applicables.

On cherche la performance et la rapidité.

Le calcul mental réfléchi nécessite des capacités de raisonnement où l'élève élabore des procédures personnelles à confronter éventuellement à celles de ses pairs.

On vise la performance avant la rapidité.

Dans la pratique, la frontière entre ces deux types de calcul est difficile à établir tant elle est mouvante. Elle dépend de la progression suivie à un niveau et une classe donnés et varie d'un élève à l'autre :

Les objectifs évoluent dans l'année pour un même niveau, et d'un niveau de classe au suivant. Une procédure d'abord réfléchie au moment d'une première approche puis de son apprentissage sera travaillée pour être automatisée dans la phase de consolidation et de structuration :

par exemple résoudre des équations du type $a + x = b$ et $ax = b$ en 5^e avec a et b coefficients entiers demande de la réflexion et du temps au moment de son apprentissage. Cette procédure peut être automatisée à partir de la 4^e.

Parmi les difficultés des élèves en mathématiques, la mémorisation occupe une place importante : certains ne semblent pas pouvoir automatiser, au mieux leur calcul reste réfléchi. Malgré des séances répétées et étalées dans le temps, les connaissances en jeu semblent très volatiles et mettent à rude épreuve leurs efforts et leur patience. Une phrase relevée dans les commentaires sur les programmes prend alors tout son sens :

“L’automatisation est le résultat d’un travail qui allie compréhension, raisonnement, explications et entraînement”

C'est pour prendre en compte ces quatre axes et les remarques précédentes que nous avons adopté pour les séances de calcul mental organisées dans nos classes la mise en oeuvre suivante (document 2), en identifiant pour chaque niveau un minimum d'objectifs à atteindre (document 3).

Document 2

Mise en oeuvre de ces séances

Durée fréquence moments	<p>A l'école primaire, les programmes recommandent des séances quotidiennes de 5 à 10 mn pour le calcul mental automatisée et 15 à 30 mn pour les phases de calcul réfléchi, intégrées aux autres activités.</p> <p>Les contraintes sont différentes au collège et au lycée, mais maîtriser la durée est essentiel.</p> <p>En 6^e certains collègues en font 5 à 7 mn à chaque heure de cours. Cette durée est vite dépassée surtout si un calcul réfléchi intervient. Elle est précisée, pour chaque séance expérimentée. Globalement on peut tout de même signaler qu'elles ne doivent pas sauf exception, dépasser 15 mn, le travail demandé étant intense.</p> <p>En troisième et au lycée la fréquence a été hebdomadaire, de préférence proposées sur les séances de deux heures. Ritualisées, elles ont été essentiellement organisées en début de séance.</p> <p>Proposées en début de cours, elles permettent de mettre les élèves au travail. Elles ont été parfois repoussées après une première phase plus facile de correction d'exercices quand la concentration et l'effort de réflexion demandés étaient difficiles à obtenir. En milieu ou en fin de séance, elles permettent une phase de transition ou de clôture.</p>
Type de tâche	Il s'agit souvent d'un travail sur la technique, mais on l'a étendu à la résolution de problèmes, aux tâches de jugement (vrai/faux), à la lecture graphique, au changement de cadres : numérique/algébrique ou algébrique/graphique...

Déroulement	<p>Les travaux de Denis Butlen et de François Boule nous ont aidés pour organiser les séances en trois temps et travailler ainsi conjointement compréhension, raisonnement, explications et entraînement :</p> <p>La phase d'échauffement, très courte, permet à tous les élèves de démarrer et de réussir. Elle prépare le travail plus intense qui suit. Il s'agit de mettre les élèves en condition d'écoute et de concentration : par exemple, on dicte les calculs à effectuer, ou on fait rappeler la règle à appliquer.</p> <p>La phase d'automatisation s'effectue sur des calculs simples ou des procédures qui devraient être directement disponibles en mémoire.</p> <p>La phase de calcul réfléchi, très brève, nécessite un raisonnement ou des choix. On complexifie en général les variables didactiques en jeu dans la phase précédente. Elle n'a pas été systématique pour les collègues qui aménagent un temps de calcul mental à chaque heure de cours, pour une question de durée.</p>
Modalités (contraintes, conditions)	<p>Il est important d'avoir conscience de toutes les façons de faire, pour choisir la plus adaptée.</p> <p>L'énoncé des consignes peut être oral ou écrit, avec un écrit persistant au tableau ou temporaire (effacé au bout de quelques secondes).</p> <p>Les réponses peuvent être également orales ou écrites avec la possibilité d'un écrit intermédiaire pour soulager l'effort de mémorisation.</p>
Correction	<p>Une correction collective entre chaque phase est possible, pour permettre d'aborder la suivante dans de meilleures conditions, en rappelant la règle ou la procédure en jeu.</p> <p>La phase de calcul réfléchi est la plus longue à corriger. Si plusieurs méthodes de résolution sont possibles, il faut les répertorier, les analyser et les confronter en organisant un "mini" débat dans la classe.</p> <p>Des traces écrites sont également utilisées par certains collègues pour l'institutionnalisation de ces règles, dans une partie réservée au calcul mental.</p>

Document 5

Bilan

Quelle est l'efficacité de ces séances ?

Globalement nous n'avons pas toujours les mêmes impressions sur l'efficacité de ce travail : certains semblent plus optimistes que d'autres.

Pour ne pas rester uniquement sur des impressions, nous avons relevé les scores de certaines séances. Quand elles sont proches dans le temps et portent sur un même sujet, on constate une amélioration au niveau du calcul automatisé. Ce n'est pas toujours le cas au niveau du calcul réfléchi et encore moins sur des séances séparées de plusieurs semaines.

Il est plus difficile d'en mesurer les effets dans les autres moments d'une séquence et sur les autres apprentissages.

Nous avons épisodiquement tenté d'en trouver des traces dans les évaluations écrites.

Sur la classe de première observée sur des développements du type $(x-a)(ax^2+bx+c)$ intervenant dans des exercices sur la résolution d'équations du troisième degré, avec la méthode d'identification des coefficients, seul un bon élève a sauté les étapes du développement, les autres, parmi ceux qui avaient compris la démarche d'identification à utiliser, ont fait le choix d'écrire tous les calculs intermédiaires en déclarant qu'ils craignaient de se tromper. Pour eux la procédure n'est pas automatisée et demande trop d'efforts dans un contexte plus complexe.

Il en est de même pour l'utilisation abusive de la calculatrice, pour des opérations ou des simplifications triviales, les mauvaises habitudes persistent.

Nous avons également relevé à l'aide d'un questionnaire (annexe 02) les impressions de nos élèves. La plupart reconnaît l'aide apportée par ce travail au niveau de la mémorisation et de l'automatisation mais sans effet immédiat sur la réussite aux contrôles ou sur la concentration et l'attention en dehors de ces séances.

Quelques points positifs sur lesquels nous sommes d'accord :

- Les élèves sont actifs et concentrés pendant ces séances, au collège comme au lycée. Ils y adhèrent d'autant mieux si elles sont brèves, ritualisées et leur permettent une auto-évaluation immédiate.
- Elles ont leur place à côté des autres moments d'une séquence : activités d'approches, moments de synthèse, correction ou recherche d'exercices d'entraînement. Elles sont un outil supplémentaire dans la gestion de la classe, soit pour amorcer une séance et mettre les élèves en route, soit pour recentrer l'attention de tous ou favoriser une transition entre deux phases de travail.

Quelques questions :

- Quelles exigences doit-on avoir au niveau de la rédaction dans le travail écrit proposé en dehors de ces séances ?
Un contrat clair et explicite est indispensable : il dépend de chaque enseignant.

- Jusqu’où doit-on prendre en charge le travail de mémorisation pendant le temps de la classe ?

L’élève doit aussi être responsabilisé et en assumer seul une partie, surtout au lycée.

Un travail personnel à la maison est indispensable, or il apparaît de plus en plus insuffisant chez la plupart de nos élèves.

En conclusion il apparaît que la mémorisation de répertoires ou de procédures nouveaux demande du temps et un entraînement régulier, surtout pour les élèves moyens ou en difficulté.

Bien cibler les contenus nous est apparu indispensable au fur et à mesure de l’expérimentation.

Nous avons tendance au début à trop les diversifier et donc à nous disperser. Organiser une ou deux séances sur un même sujet semble peu efficace. Identifier les “incontournables” à un niveau de classe donné et les travailler régulièrement tout au long de l’année, en calcul réfléchi puis automatisé, nous paraît essentiel.

Ceci nécessite également une progression qui assure une continuité dans les apprentissages. Elle favorise aussi l’adhésion indispensable de l’élève à ce travail de mémorisation : il doit pouvoir utiliser les répertoires ou procédures travaillés en calcul mental dans les autres activités d’apprentissage et en éprouver l’efficacité. La progression suivie dans la classe doit en tenir compte.

Enfin il faut constater que l’organisation régulière par les collègues de séances de calcul mental dans leurs classes, même si elles ne suivent pas le protocole de notre groupe, est rare au collège et encore plus au lycée. Pour un élève donné, une action qui ne dure qu’un an, a peu d’efficacité à long terme. Nous espérons que les recommandations des nouveaux programmes inciteront plus d’enseignants à utiliser cet outil et que dans l’avenir les effets seront plus visibles.