



Université
de Limoges

IREM Institut de Recherche
sur l'Enseignement des Mathématiques

Inf' IREM n° 86

Stage
« Mathématiques
actuelles »

les mercredi 16 avril et 21 mai 2014 de 14h à 17h
à l'IREM de Limoges

Attention le coupon réponse en page 4 est à retourner pour le 20 mars 2014

Cette année le stage « Mathématiques actuelles » n'a pas été retenu dans le plan académique de formation. L'IREM organise deux demi-journées qui auront lieu si le nombre d'inscrits est suffisant. Nous demandons donc aux personnes intéressées de remplir et de nous retourner le coupon réponse dans les délais. Les frais de déplacement ne sont pas pris en charge.

L'objet du stage est de présenter des thèmes de recherches en mathématiques, menées à l'Université de Limoges, par les enseignants chercheurs qui les conduisent, en les rendant accessibles aux enseignants du secondaire.

Fonctions aléatoires et cryptographie

par Thierry BERGER

Professeur à l'Université de Limoges

Le mercredi 16 avril 2014 de 14h à 17h

En cryptographie à clé secrète, on transforme un message clair en un message chiffré à l'aide d'un algorithme de chiffrement et d'une clé.

Un des enjeux de la cryptographie consiste à trouver des fonctions dépendant d'une clé, faciles à calculer et qui ressemblent à des fonctions aléatoires si on ne connaît pas la clé.

Se posent alors plusieurs questions :

- à quoi ressemble une fonction aléatoire d'un ensemble fini dans lui-même ?
- comment peut-on décider qu'une fonction paraît aléatoire ?
- comment, en pratique, peut-on réaliser des fonctions pseudo-aléatoires utilisables en cryptographie ?

L'exposé essaiera d'apporter quelques réponses concrètes à ces questions, en utilisant les statistiques, les probabilités, l'algèbre sur les ensembles finis et l'évaluation du coût des opérations élémentaires implémentées dans les processeurs des ordinateurs ou des puces électroniques.

Tas de Sable

par **Noureddine IGBIDA**
Professeur à l'Université de Limoges

le mercredi 21 mai 2014 de 14h à 17h

Tas de sable est un terme générique pour désigner les matériaux granulaires. Ces derniers se présentent souvent sous forme de reliefs ou de creux plus ou moins prononcés. C'est principalement à travers ce phénomène que les matériaux granulaires se manifestent dans la nature et dans la vie de tous les jours. Le tas de sable qui se forme lorsque le sable est versé à partir d'un point est conique. Dans les déserts, les grains transportés par le vent, s'empilent derrière les obstacles et forment des pentes. *Cette aptitude des matériaux granulaires à se mettre en pente ou en talus est appelée effet de talus.*

Cette propriété intrinsèque fondamentale de se mettre en talus (*angle critique infranchissable*) permet d'écrire des modèles mathématiques capables de décrire des phénomènes assez complexes tels que la formation d'avalanches ou de dunes. La description et l'explication avec précision ainsi que la maîtrise correcte des ces phénomènes nécessitent la combinaison de cette propriété intrinsèque avec d'autres propriétés physiques. Cet angle varie avec le type de grains (granulométrie) : il peut s'élever à 45° pour un talus d'enrochements, 22° pour un tas de billes de verre, 30° pour le sable sec, et tendre vers 0° pour représenter un fluide comme l'eau.

Le but de cet atelier est d'analyser quelques comportements simples des matériaux granulaires, liés à l'angle de talus, et d'y apporter des réponses mathématiques. Quand on fait couler du sable sur une plaque horizontale, des figures géométriques apparaissent dans le temps, et dépendent de la manière de distribuer le sable sur la plaque. Néanmoins, à un instant donné le sable recouvre complètement la plaque, la remplit et le tas prend une forme géométrique qui fait que tout le sable en trop coule en dehors. Le but de cet atelier est d'étudier ces formes stationnaires qu'on obtient.

De nombreuses questions mathématiques apparaissent autour de ces formes. Le but de l'atelier n'est pas de les énumérer, mais d'en trier quelques unes liées à l'angle de talus et de leur apporter des réponses mathématiques. Avant de conjecturer, de poser des équations et des expressions mathématiques pour formuler le problème, il serait très utile de commencer par expérimenter, observer et analyser.

Partie 1 : la main dans la pâte.

- tester des supports de formes géométriques simples : disques, carrés, rectangles, triangles, polygones, etc.
- les formes finales dépendent-elles de la manière dont on remplit le support ? de la forme du support ? de la granulométrie du matériau ?

Outils : expérimentation, géométrie.

Partie 2 : la main dans les équations.

La deuxième étape, consiste à aborder, par des raisonnements mathématiques rigoureux, les questions suivantes :

1. caractériser la forme finale du tas de sable en fonction de la forme du support (plat) sur lequel on fait couler le sable.
2. existe-t-il une expression universelle valable pour tous les supports ?

Outils : géométrie, fonctions à deux variables, intégration et dérivation.

Partie 3 : vous avez une autre question ?

Laquelle ? Quelle est votre réponse mathématique ?

Outils : dépendent de votre question.

Partie 4 : essayons d'aller plus loin : vers la dynamique du tas de sable avant d'arriver à l'état stationnaire, il serait intéressant d'identifier la dynamique qui permet de décrire la formation d'un tas de sable. Supposons qu'on ait une source de distribution de sable centrée à l'origine $(0,0)$ qu'on appelle f (alors $f(t)$ donne la quantité de sable distribué à l'origine par unité de temps). Sachant qu'à chaque instant le tas a une forme conique centrée en $(0,0)$, essayons d'écrire l'équation qui nous permet de décrire l'évolution du tas dans le temps en fonction de $f(t)$.

Stage « Mathématiques actuelles »

Coupon – réponse

Pour faciliter l'organisation de ces deux séances, veuillez retourner ce formulaire complété à l'IREM de Limoges, pour le **jeudi 20 mars 2014**.

Mme, Melle, M. :

Établissement :

INSCRIPTION AUX SÉANCES

participera

le mercredi 16 avril

et/ou

le mercredi 21 mai

NB : ce bulletin d'inscription est à photocopier autant de fois que nécessaire pour les professeurs de mathématiques de l'établissement.