



Université  
de Limoges

*Inf' IREM n° 95*

*Stage*  
*« Mathématiques*  
*actuelles »*

**les mercredi 18 mai et 25 mai 2016 de 14h à 17h**  
**à l'IREM de Limoges**

Cette année le stage « Mathématiques actuelles » n'a pas été retenu dans le plan académique de formation. L'IREM organise deux demi-journées qui auront lieu si le nombre d'inscrits est suffisant. Nous demandons donc aux personnes intéressées de remplir et de nous retourner le coupon réponse dans les délais. Les frais de déplacement ne sont pas pris en charge.

L'objet du stage est de présenter des thèmes de recherches en mathématiques, menées à l'Université de Limoges, par les enseignants chercheurs qui les conduisent, en les rendant accessibles aux enseignants du secondaire.

**Introduction au « calcul variationnel »,  
et en route vers la « commande optimale » !**

**par Loïc BOURDIN**

Professeur à l'Université de Limoges

**le mercredi 18 mai 2016 de 14h à 17h**

Dans un plan, quel est le plus court chemin entre deux points distincts ? La droite bien sûr ! Tout le monde connaît la réponse, ne serait-ce qu'instinctivement. Mais seriez-vous capables de le démontrer rigoureusement ?

Pour démontrer ce résultat classique, nous pouvons (entre autres) faire appel aux outils du « Calcul variationnel ». Cette branche des mathématiques est née au XVIII<sup>ème</sup> siècle et elle s'intéresse à la minimisation de fonctionnelles, c'est-à-dire à la minimisation de « fonctions de fonctions ». Ce domaine des mathématiques, aussi appelé « Calcul des variations », a de nombreuses applications, tout particulièrement en physique où le principe de moindre action conduit bien souvent à la résolution de problèmes tels que ci-dessus.

Dans ce stage, nous redécouvrirons la très célèbre équation d'Euler-Lagrange qui se situe au centre du « Calcul des variations » et qui nous permettra de résoudre plusieurs problèmes classiques concrets (comme le problème du plus court chemin ou encore le problème du brachistochrone). Nous revisiterons également un théorème classique de la mathématicienne allemande Emmy Noether (début XX<sup>ème</sup> siècle) qui permet de résoudre certaines équations d'Euler-Lagrange lorsque celles-ci présentent des symétries.

Pour terminer ce stage, nous aborderons une (très) importante généralisation du « Calcul des variations » qui a vu le jour dans les années 1950 et qui s'intitule « Commande optimale ». Cette théorie relativement récente est encore aujourd'hui en pleine expansion. Elle s'intéresse elle-aussi à la minimisation de trajectoires... mais de trajectoires contrôlées ! Le but est alors de déterminer quel est le contrôle optimal permettant de maximiser ou de minimiser un certain critère. Comme chacun peut l'imaginer, cette théorie qui s'intéresse à l'optimisation de systèmes dynamiques contrôlés a de multiples applications concrètes, que ce soit en mécanique spatiale, en finance ou encore en chimie.

## **Du bon usage des mathématiques en synthèse d'images**

**par Frédéric MORA**

Professeur à l'Université de Limoges

**Le mercredi 25 mai 2016 de 14h à 17h**

Générer des images de synthèse nécessite une large palette mathématique. Géométrie, topologie, algèbre linéaire, analyse, probabilité...

Les domaines d'application ne manquent pas non plus : Architecture, design, médecine, acoustique, électromagnétique, nucléaire, aéro-spatial, réalité virtuelle ou augmentée, cinéma, jeux-vidéos...

Si le cinéma d'animation ou bien les jeux vidéos sont du point de vue applicatif les plus ludiques, du point de vue recherche ce sont les domaines les plus exigeants. Car, s'il s'agit toujours de générer une image, celle-ci doit souvent être la plus réaliste possible, et son temps de calcul ne doit pas excéder un soixantième de seconde.

Le calcul d'une image de synthèse est définie mathématiquement par une équation : l'Equation de rendu. Elle régit les interactions lumineuses au sein d'un environnement 3D. Toutes les techniques produisant des images de synthèse s'efforce de résoudre l'équation de rendu avec plus ou moins de liberté, pour un résultat plus ou moins réaliste. Le terme de cette équation qui pose le plus de problème, c'est la fonction de visibilité. De fait, la lumière se propage d'élément en élément visibles. Mais calculer si deux éléments d'un environnement virtuel se voient est bien moins aisé qu'il n'y paraît !

Après un état des lieux général sur l'usage des mathématiques en synthèse d'images, nous ciblerons plus particulièrement le calcul de la visibilité dans une scène 3D, en expliquant l'importance des travaux de Julius Plucker ([https://fr.wikipedia.org/wiki/Julius\\_Pl%C3%BCcker](https://fr.wikipedia.org/wiki/Julius_Pl%C3%BCcker)) pour résoudre la forme la plus compliquée de ce problème.

*Stage « Mathématiques actuelles »*

*Coupon – réponse*

Pour faciliter l'organisation de ces deux séances, veuillez retourner ce formulaire complété à l'**IREM de Limoges**.

Mme, Melle, M. :

Établissement :

INSCRIPTION AUX SÉANCES

participera

**le mercredi 18 mai et/ou**

**le mercredi 25 mai**

NB : ce bulletin d'inscription est à photocopier autant de fois que nécessaire pour les professeurs de mathématiques de l'établissement.