Synthèse de cours - niveau Seconde

Une population comporte une proportion p d'individus ayant une caractéristique donnée. On en prélève un **échantillon de taille** n.

L'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}, p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ est appelé **intervalle de fluctuation au seuil de confiance de** 95%.
Cela signifie qu'il y a au moins 95% de chances que la proportion d'individus de l'échantillon possédant cette caractéristique se trouve dans cet intervalle.

Règle de décision : Si la proportion observée dans l'échantillon ne se situe pas dans cet intervalle de fluctuation, alors on rejette l'hypothèse que l'échantillon soit le reflet de la population, avec un risque de se tromper inférieur à 5%.

Synthèse de cours - niveau Première

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n et p.
L'intervalle de fluctuation au seuil de 95% d'une fréquence correspondant à la réalisation, sur un échantillon aléatoire de taille n, de X est l'intervalle $\left[\frac{a}{n}, \frac{b}{n}\right]$ défini par :
l'entier a est le plus petit entier tel que $P(X \leq a) > 0,025$;
l'entier b est le plus petit entier tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$.

Règle de décision : Si la fréquence observée appartient à l'intervalle de fluctuation à 95% : $\left[\frac{a}{n}, \frac{b}{n}\right]$, on considère que l'hypothèse selon laquelle la proportion fait partie de population n'est pas remise en question ; sinon, on rejette l'hypothèse selon laquelle cette proportion vaut p.

Synthèse de cours - niveau Terminale S

Soient n et p deux entiers non nuls et soit X_n une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n et p et α un réel tel que $0 < \alpha < 1$. Si X est une variable aléatoire qui suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0, 1)$, on note u_n l'unique réel tel que :

$$P(-u_\alpha \leq X \leq u_n) = 1 - \alpha$$

On note I_n l'intervalle :

$$I_n = \left[p - u_\alpha \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\, , \, p + u_\alpha \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right]$$

Avec ces notations on a :

$$\lim_{n \to +\infty} P\left(\frac{X_n}{n} \in I_n\right) = 1 - \alpha.$$

L'intervalle I_n contient la fréquence $F_n = \frac{X_n}{n}$ avec une probabilité qui se rapproche de $1 - \alpha$ lorsque n augmente : on appelle I_n **l'intervalle de fluctuation asymptotique de F_n au**

seuil $1-\alpha$.

L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% pour une variable aléatoire X qui suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$ est l'intervalle

$$\left[p-1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\ ;\ p+1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right].$$

Si on note $\sigma=\sqrt{p(p-1)}$, écart type de la loi, l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% s'écrit

$$[p-1,96\frac{\sigma}{\sqrt{n}};p+1,96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}].$$