

Chapitre 1

La proportionnalité

Reconnaitre une situation de proportionnalité

A connaître !

Définition : Deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre appelé **coefficient de proportionnalité**.

Vocabulaire : Dans un tableau, si les valeurs de la première ligne sont proportionnelles aux valeurs de la seconde ligne, ce tableau est appelé **tableau de proportionnalité**.

Propriété : Sur un graphique, si tous les points du graphique sont alignés avec l'origine du repère, alors on est dans une situation de proportionnalité.

A savoir utiliser !

Méthode : Pour déterminer si deux grandeurs représentées dans un tableau sont proportionnelles, on peut calculer les quotients des valeurs correspondantes de ces grandeurs dans chaque colonne :

- Les quotients sont tous égaux, on est donc dans une situation de proportionnalité
- Les quotients ne sont pas tous égaux, il n'y a donc pas de proportionnalité.

Exemple

Marion s'entraîne pour un semi-marathon. Voici ses derniers résultats :

Distance (km)	9,6	12,4	16,5
Temps (min)	54	69,75	95

Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ? Si oui ; donner le coefficient de proportionnalité.

Solution :

.....
.....
.....

A utiliser en classe et à la maison !

Calculer une quatrième de proportionnalité

A savoir utiliser !

Méthode 1 : A l'aide du coefficient de proportionnalité

Pour compléter un tableau de proportionnalité, on peut utiliser le coefficient de proportionnalité pour passer d'une ligne à l'autre.

Méthode 2 : Liens entre les colonnes

Pour obtenir les nombres d'une colonne dans un tableau de proportionnalité, on peut :

- Multiplier ou diviser les nombres d'une autre colonne par un même nombre.
- Ajouter ou soustraire les nombres de deux autres colonnes.

Méthode 3 : La règle de trois

Dans un tableau de proportionnalité, les « produits en croix » sont égaux, c'est-à-dire : $a \times x = b \times c$

<u>Règle de trois</u> : $x = \frac{b \times c}{a}$
--

a	c
b	x

Exercice 1 :

Clara a acheté 3 cahiers pour 4,05 €. Emma a besoin de 7 cahiers. Combien va-t-elle payer ?

Solution :

.....
1 cahier coûte€	Emma va devoir payer pour 7 cahiers.

Exercice 2 :

Sur une bouteille de lessive de 1,5 L, on peut lire « 28 lavages ». Combien de lavages peut-on faire avec 375 mL de lessive ?

Solution :

.....
.....

$$\dots \times \dots \div \dots = \dots$$

On peut faire lavages avec 375mL de lessive.

A utiliser en classe et à la maison !

Utiliser un pourcentage

A savoir utiliser !

Règle : Calculer $t\%$ d'une quantité revient à multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$.

Remarque : un pourcentage exprime une proportion de rapport 100. Il peut s'écrire sous plusieurs formes :

$$\begin{array}{ccccc} 15\% & = & \frac{15}{100} & = & 0,15 \\ \text{Pourcentage} & & \text{écriture fractionnaire} & & \text{écriture décimale} \end{array}$$

Méthode : Pour calculer un pourcentage, on peut :

- Exprimer une proportion de dénominateur 100
- Utiliser un tableau

Exercice 1 :

Dans un pot de crème fraîche de 20 cL, il y a 12 % de matière grasse. Calculer la quantité de matière grasse de ce pot.

Solution :

..... $\times \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$ = Il y a g de matière grasse dans un pot de 20 cL.

Exercice 2 :

Un sac d'engrais de 75 kg contient 6 kg d'azote. Quel est le taux d'azote de cet engrais.

Solution :

On utilise un tableau :

.....	?
.....	100

$$\frac{\text{.....} \times \text{.....}}{\text{.....}} = \text{.....}$$

.....
.....

A utiliser en classe et à la maison !

Utiliser une échelle

A savoir utiliser !

Définition : Sur un plan à l'échelle, les distances sont proportionnelles aux distances réelles.

L'échelle est le coefficient de proportionnalité. Elle est égale au rapport $\frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance en réalité}}$ où les deux distances sont exprimées dans la même unité.

Remarque : Dire qu'un plan est à l'échelle $\frac{1}{1\ 000}$ signifie que 1 cm sur la carte représente 1 000 cm en réalité.

Exercice 1 :

Une usine souhaite que les poupons qu'elle fabrique soient des reproductions de nourrissons à l'échelle 7/10.

Sachant qu'un nourrisson peut mesurer 54 cm à la naissance, quelle doit être la taille du poupon ?

Solution :

On utilise un tableau :

.....
.....

$$\frac{\dots \times \dots}{\dots} = \dots$$

L'usine doit fabriquer des poupons de cm.

Exercice 2 :

Sur une carte 50 km sont représentés par une distance de 4 cm. Quelle est l'échelle de cette carte ?

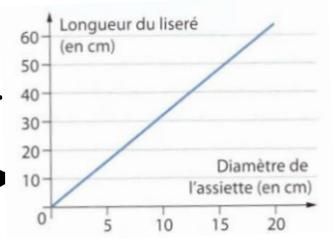
Solution :

A utiliser en classe et à la maison !

Proportionnalité

Reconnaître

Points alignés avec l'origine
= Situation de Proportionnalité



Graphique

Tableau

Côté	1	3	5	8
Périmètre	4	12	20	32
	$\frac{4}{1} = 4$	$\frac{12}{3} = 4$	$\frac{20}{5} = 4$	$\frac{32}{8} = 4$

Résultats Identiques
= Situation de Proportionnalité

Appliquer

Echelles

Pourcentages

Echelle
= $\frac{\text{Distance sur le plan}}{\text{Distance en réalité}}$

Prendre t% = Multiplier par $\frac{t}{100}$

Compléter

Avec le Coefficient

Prix €	1	3
Poids kg	1,5	4,5

$\times 1,5$

$$\frac{1,5}{1} = 1,5$$

Passage à l'unité

Nombre de crêpes	12	1	4
Quantité de farine (g)	300	?	?

Etape 1: $\frac{300}{12} = 25$

Etape 2: $\times 25$

Opérations sur les colonnes

Prix €	1	3
Poids kg	1,5	4,5

$\times 3$

Prix €	1	3	4
Poids kg	1,5	4,5	6

+

Produit En croix

Quantité de lessive (L)	1,5	0,375
Nombre de lavages	28	?

$$\frac{0,375 \times 28}{1,5} = 7$$

POUR BIEN RÉVISER !

EXERCICE 1 : Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

Indiquer pour chaque tableau les calculs effectués.

3	4,5	7,5	9	10	0,9	1,3	2,5	1	1,1
2	3	5	6	15	2,7	3,6	7,5	3	3,3

EXERCICE 2 : Dans chaque cas, compléter le tableau.

<table border="1" style="width: 50px; height: 50px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%; text-align: center;">1</td><td style="width: 50%; text-align: center;">2</td></tr> <tr><td style="width: 50%; text-align: center;">3</td><td style="width: 50%;"></td></tr> </table>	1	2	3		<table border="1" style="width: 50px; height: 50px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%; text-align: center;">4</td><td style="width: 50%; text-align: center;">5</td></tr> <tr><td style="width: 50%;"></td><td style="width: 50%; text-align: center;">6</td></tr> </table>	4	5		6	<table border="1" style="width: 50px; height: 50px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;"></td><td style="width: 50%; text-align: center;">11</td></tr> <tr><td style="width: 50%; text-align: center;">3,5</td><td style="width: 50%; text-align: center;">5,5</td></tr> </table>		11	3,5	5,5	<table border="1" style="width: 50px; height: 50px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%; text-align: center;">11</td><td style="width: 50%; text-align: center;">55</td></tr> <tr><td style="width: 50%;"></td><td style="width: 50%; text-align: center;">62,5</td></tr> </table>	11	55		62,5	<table border="1" style="width: 50px; height: 50px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;"></td><td style="width: 50%; text-align: center;">5</td></tr> <tr><td style="width: 50%; text-align: center;">60</td><td style="width: 50%; text-align: center;">2</td></tr> </table>		5	60	2
1	2																							
3																								
4	5																							
	6																							
	11																							
3,5	5,5																							
11	55																							
	62,5																							
	5																							
60	2																							

EXERCICE 3 : Une voiture roule sur une autoroute à une vitesse de 130 km/h.

Compléter le tableau

Distance (en km)	50	100	130	350	480	670
Durée (en h)						

EXERCICE 4 : Compléter les tableaux de proportionnalité suivants :

<table border="1" style="width: 150px; height: 50px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 25%; text-align: center;">3</td><td style="width: 25%; text-align: center;">6</td><td style="width: 25%;"></td><td style="width: 25%; text-align: center;">21</td><td style="width: 25%;"></td></tr> <tr><td style="width: 25%; text-align: center;">2</td><td style="width: 25%; text-align: center;">4</td><td style="width: 25%; text-align: center;">8</td><td style="width: 25%;"></td><td style="width: 25%; text-align: center;">18</td></tr> </table>	3	6		21		2	4	8		18	x	<table border="1" style="width: 150px; height: 50px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 25%; text-align: center;">3</td><td style="width: 25%;"></td><td style="width: 25%; text-align: center;">4,5</td><td style="width: 25%; text-align: center;">6</td><td style="width: 25%; text-align: center;">12,6</td></tr> <tr><td style="width: 25%;"></td><td style="width: 25%; text-align: center;">17,5</td><td style="width: 25%;"></td><td style="width: 25%; text-align: center;">14</td><td style="width: 25%;"></td></tr> </table>	3		4,5	6	12,6		17,5		14	
3	6		21																			
2	4	8		18																		
3		4,5	6	12,6																		
	17,5		14																			

EXERCICE 5 : Jérémy veut s'offrir une console de jeu, et il hésite entre deux modèles :

1. S'il achète une « Ultra Drive », le marchand lui fait une remise de 20% sur le prix normal qui est de 260€. Quel est le montant (en €) de la remise ? Combien va-t-il payer son « Ultra Drive » ?
2. S'il achète une « Dream Station III », le marchand lui fait une remise de 30 € sur le prix normal qui est de 139 €. Quel est le pourcentage de la remise par rapport au prix normal ? Combien va-t-il payer sa « Dream Station III » ?

EXERCICE 6 :

Quand l'on veut représenter un objet de petite taille avec beaucoup de précision, on est parfois obligé de faire un agrandissement.

- a. Sachant que la longueur réelle du corps de cette mouche est 7 m, quelle est l'échelle de cet agrandissement ?
- b. Quelle est le diamètre réel de la tête de cette mouche ?

