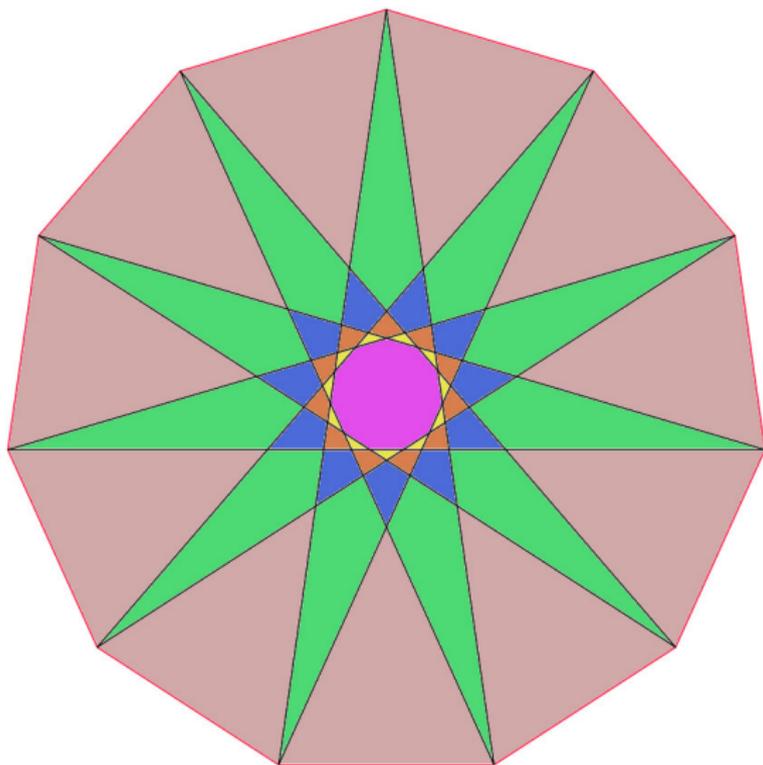


# Algorithmique pour la géométrie et l'arithmétique

Le « groupe de Tulle »,  
ERR-EAT de l'**IREM de Limoges**

2016-17

# Hendécagones réguliers emboîtés



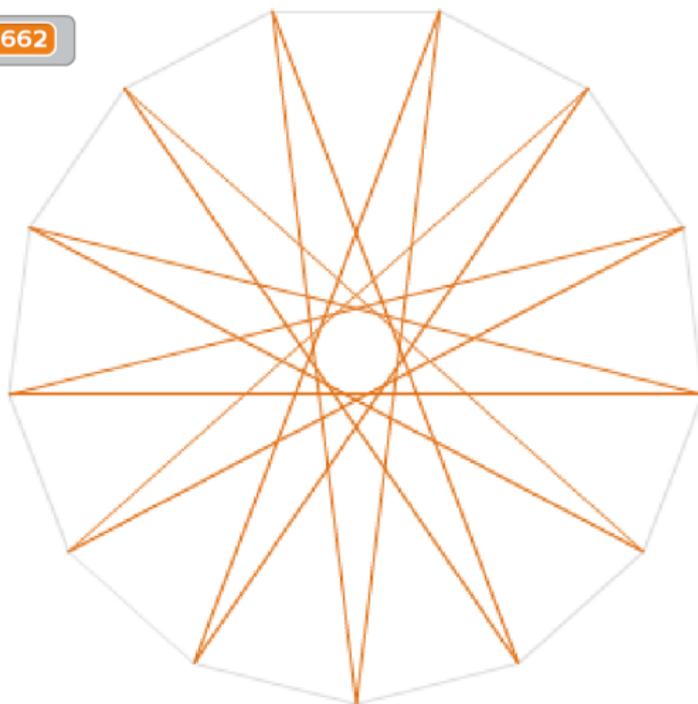
# 13 sommets

cotes 13

longueur 297.812662

pas 6

max 6



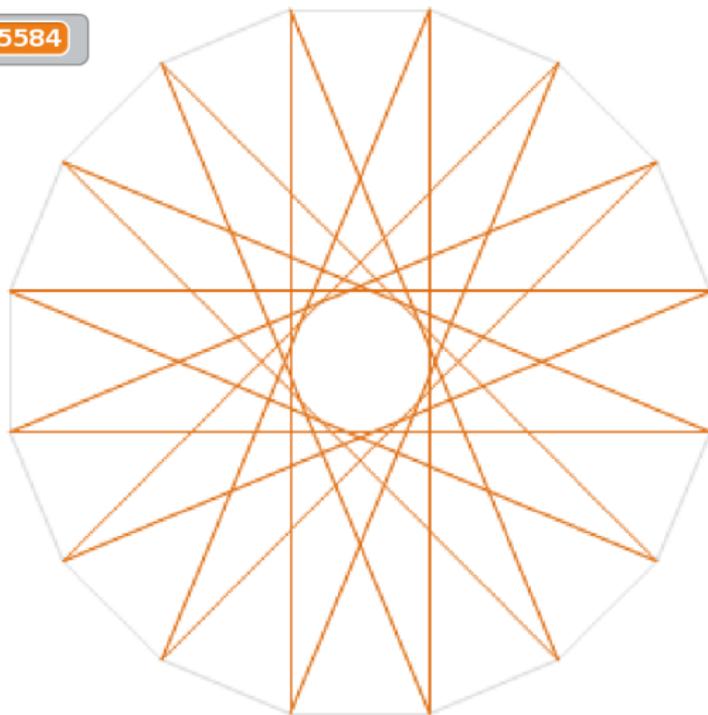
# 16 sommets

cotes 16

longueur 294.235584

pas 7

max 7



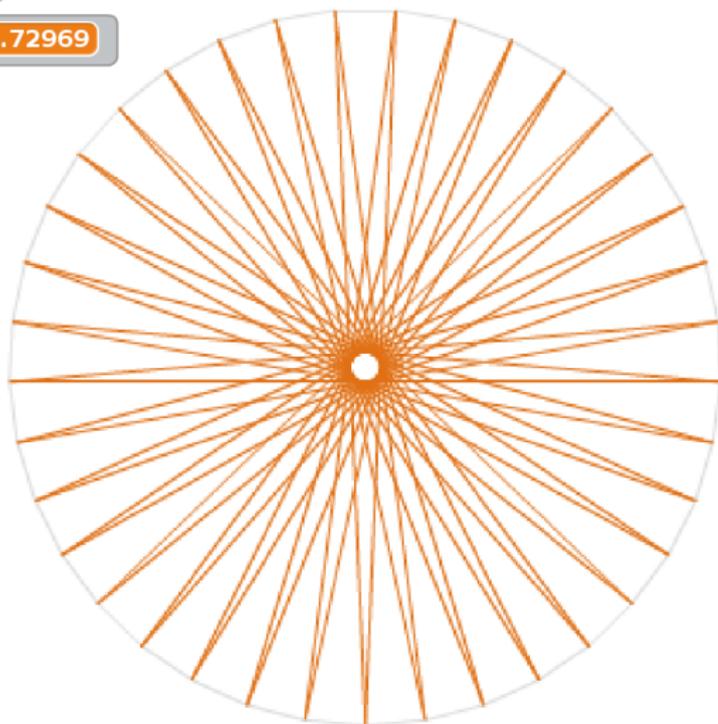
# 37 sommets

cotes 37

longueur 299.72969

pas 18

max 18



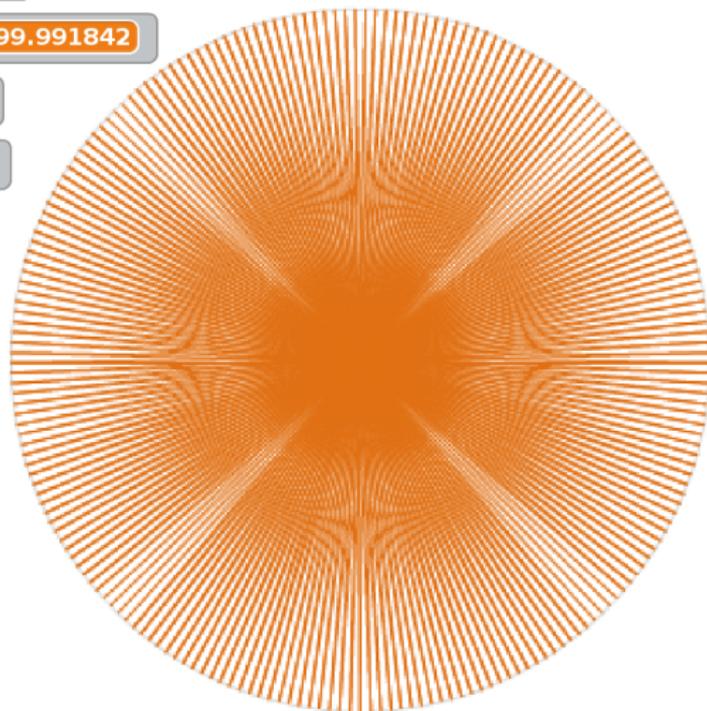
# 213 sommets

cotes 213

longueur 299.991842

pas 106

max 106



## Introduction à Scratch

On souhaite construire un **carré**, un **triangle équilatéral** et un **hexagone régulier**. À chaque fois le lutin part d'un point  $A$ , avance vers la droite puis tourne d'un angle  $a$  pour tracer le côté suivant, ... et recommence jusqu'à revenir au point  $A$ .

- 1) Déterminer la valeur de l'angle  $a$  dans chaque cas :



- 2) Réalise les 3 figures voulues avec un côté de 100 pixels en partant du point  $A$  de coordonnées  $(0; 120)$ .

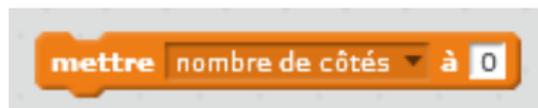
- 3) Reprends la construction de l'hexagone en utilisant l'instruction



- 4) Dans chaque cas calcule le produit du nombre de côtés par l'angle  $a$ , que remarques-tu ?  
Conjecture la valeur de  $a$  pour un polygone régulier à 5 côtés ;  
modifie le script de l'hexagone pour obtenir ce polygone.  
Quel serait la valeur de  $a$  pour un polygone régulier à  $n$  côtés ?

On souhaite maintenant que le programme puisse s'adapter au nombre de côtés du polygone.

Pour cela, crée une **variable** qui correspondra au nombre de côtés. Utilise les commandes [Données / Créer une variable](#) et appelle-la « nombre de côtés ». Utilise également la commande



en remplaçant 0 par 5. Dans la boucle, la variable



doit apparaître 2 fois lorsque tu modifies le script.

Teste ensuite le script pour d'autres valeurs du nombre de côtés.

- 5) Remets le nombre de côtés à 5 et remplace 360 par 720 dans le script : que se passe-t-il ? Même question avec le nombre de côtés à 7, puis en remplaçant 720 par 1080.

# Arithmétique

- On peut faire découvrir et/ou illustrer la notion de *nombre premiers entre eux* :

deux entiers  $n$  et  $m$  avec  $n \geq m$  sont premiers entre eux si et seulement si on parcourt tous les sommets du polygone régulier à  $n$  côtés en allant de  $m$  en  $m$ , avant de revenir au départ.

# Arithmétique

- On peut faire découvrir et/ou illustrer la notion de *nombre premiers entre eux* :  
deux entiers  $n$  et  $m$  avec  $n \geq m$  sont premiers entre eux si et seulement si on parcourt tous les sommets du polygone régulier à  $n$  côtés en allant de  $m$  en  $m$ , avant de revenir au départ.
- voire la notion de *nombre premier* :  
Un entier  $n$  est premier si et seulement si il est premier à tous les entiers inférieurs ou égaux à sa moitié.

# Arithmétique

- On peut faire découvrir et/ou illustrer la notion de *nombre premiers entre eux* :

deux entiers  $n$  et  $m$  avec  $n \geq m$  sont premiers entre eux si et seulement si on parcourt tous les sommets du polygone régulier à  $n$  côtés en allant de  $m$  en  $m$ , avant de revenir au départ.

- voire la notion de *nombre premier* :

Un entier  $n$  est premier si et seulement si il est premier à tous les entiers inférieurs ou égaux à sa moitié.

Test à faire programmer !

## Niveau fin de collège ou lycée

- On peut illustrer la notion de *plus grand commun diviseur* de deux entiers  $n$  et  $m$  :

Le nombre de sommets d'un polygone régulier à  $n$  côtés que l'on décrit en allant de  $m$  en  $m$  sommets vaut

$$\frac{n}{\text{pgcd}(n, m)}$$

## Niveau fin de collège ou lycée

- On peut illustrer la notion de *plus grand commun diviseur* de deux entiers  $n$  et  $m$  :

Le nombre de sommets d'un polygone régulier à  $n$  côtés que l'on décrit en allant de  $m$  en  $m$  sommets vaut

$$\frac{n}{\text{pgcd}(n, m)}$$

- voire donner une démonstration « géométrique » du théorème de Gauss et même du (petit) théorème de Fermat !

# L'équipe

Jérôme DUFOUR : [collège Cabanis à Brive](#)

Patrick GUILLOU : [collège Pierre de Ronsard à Limoges](#)

Bernard MADELMONT : [lycée Edmond Perrier à Tulle](#)

Marie-Josée SOLIGNAC : [collège d'Argentat](#)

Stéphane VINATIER : [université de Limoges](#)