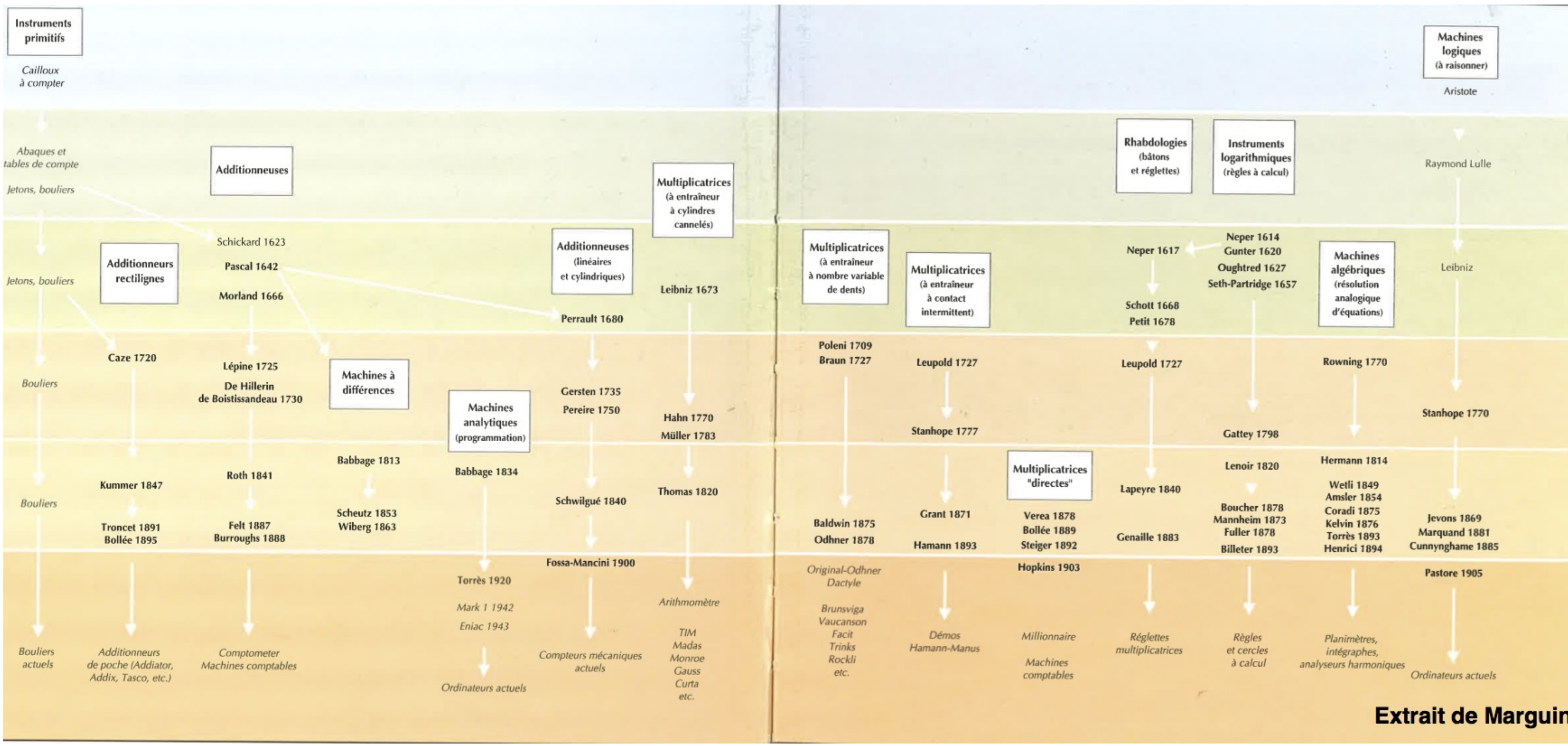
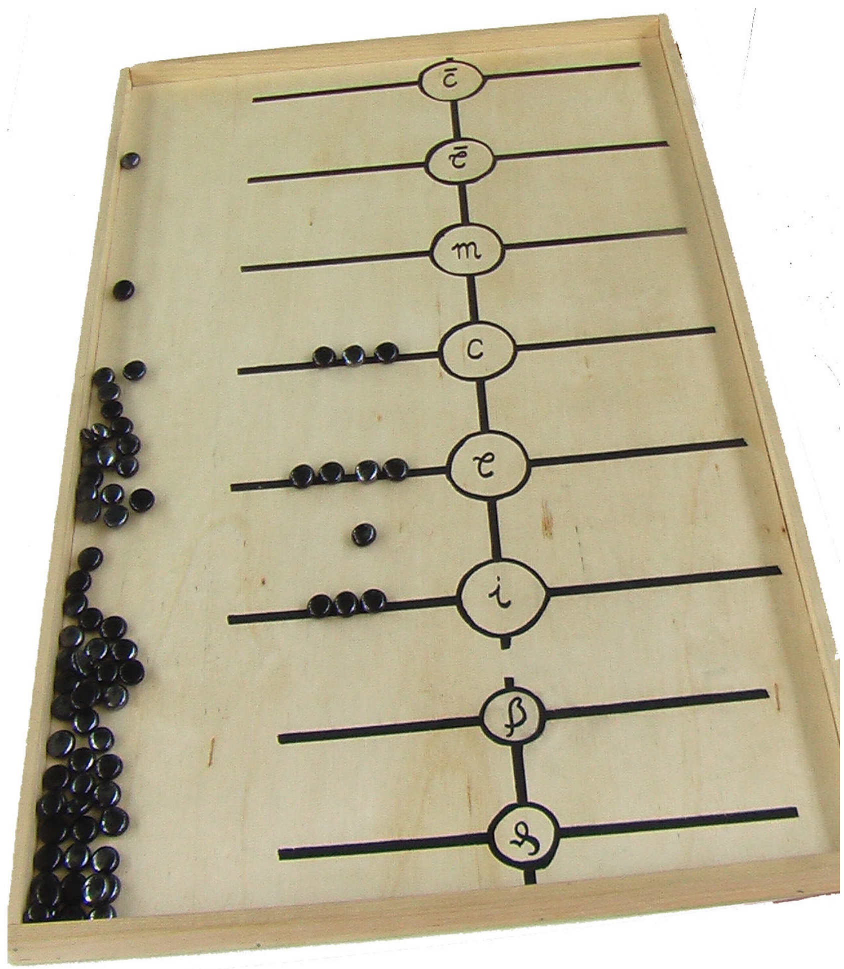
Deux lignées d'instruments de calcul pour mécaniser la multiplication, va et vient entre technologie et concepts mathématiques

F.Plantevin, IREM de Brest, UBO

Un classement des instruments et machines à calculer : celui proposé par Jean Marguin (1994)



Jusqu'au XVIII$^{\text{ème}}$ siècle



Abaque à jetons, IREM Brest

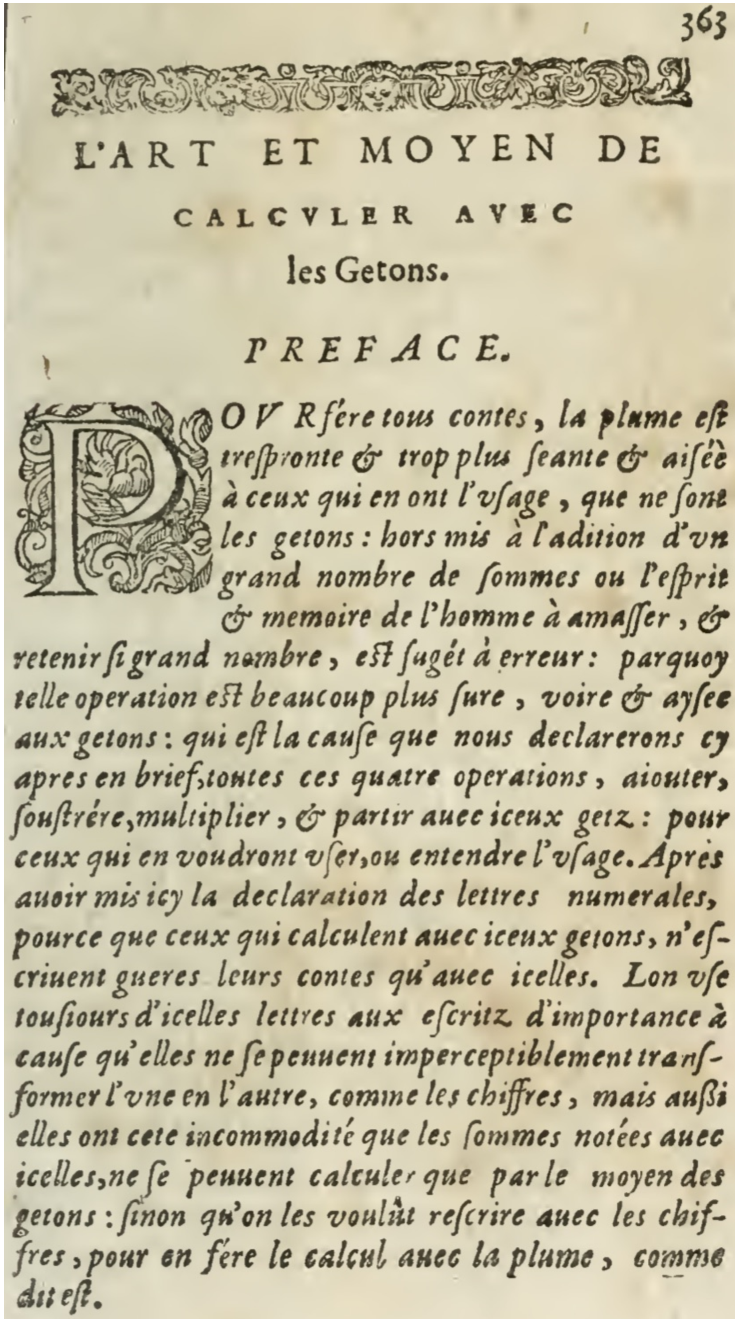
Kit de réglettes de Napier portatif, Arithmeum, Bonn

I. Le calcul avec les jetons

Méthode très ancienne, très largement répandue jusqu'au XVIIIe siècle surtout dans l'Europe occidentale latine.

Les nombres sont matérialisés par des jetons qui ont une valeur différente selon où ils sont placés sur la table de compte.

de J.Trenchant (première édition 1559, ici 1561)


363

L'ART ET MOYEN DE
CALCVLER AVEC
les Getons.

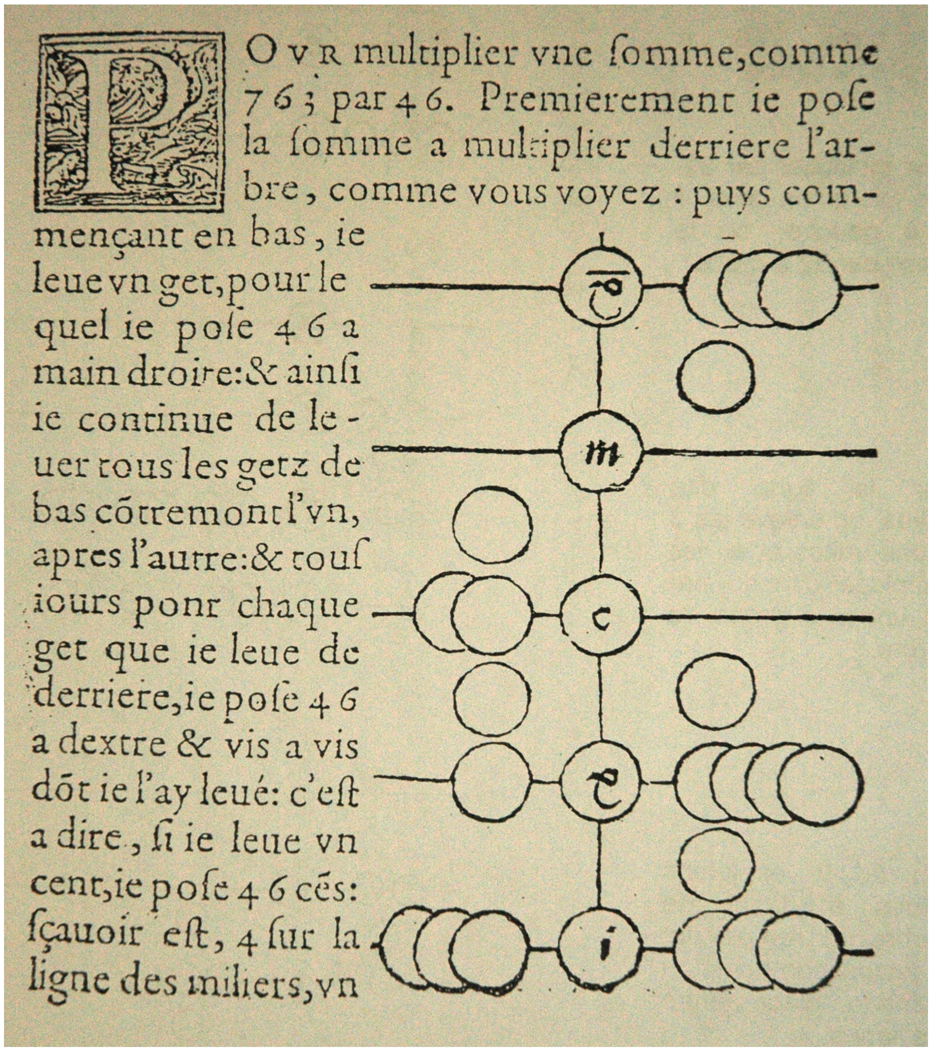
PREFACE.

POVR fére tous contes, la plume est trespronte & trop plus seante & aisée à ceux qui en ont l'vsage, que ne sont les getons : hors mis à l'adition d'vn grand nombre de sommes ou l'esprit & memoire de l'homme à amasser, & retenir si grand nombre, est sugét à erreur : parquoy telle operation est beaucoup plus sure, voire & aysee aux getons : qui est la cause que nous declarerons cy apres en brief, toutes ces quatre operations, aiouter, soustrére, multiplier, & partir auec iceux getz : pour ceux qui en voudront vser, ou entendre l'vsage. Apres auoir mis icy la declaration des lettres numerales, pource que ceux qui calculent auec iceux getons, n'escriuent gueres leurs contes qu'auec icelles. Lon vse tousiours d'icelles lettres aux escritz d'importance à cause qu'elles ne se peuuent imperceptiblement transformer l'vne en l'autre, comme les chiffres, mais aussi elles ont cete incommodité que les sommes notées auec icelles, ne se peuuent calculer que par le moyen des getons : sinon qu'on les voulût rescrire auec les chiffres, pour en fére le calcul auec la plume, comme dit est.

« Pour faire tous comptes, la plume est très prompte et toujours plus séante et aisée à ceux qui en ont l'usage, que ne font les jetons ; hormis à l'addition d'un grand nombre des sommes ou l'esprit et la mémoire des hommes à amasser et retenir un si grand nombre est sujet à erreur : *parquoy* telle opération est beaucoup plus sûre voire aisée aux jetons ; qui est la cause que nous déclarerons ci-après en bref, toutes ces quatre opérations ajouter, soustraire, multiplier et partir avec ces jetons ; pour ceux qui en voudront user ou entendre l'usage. »

Le livre entier est destiné aux marchands et comptables qui utilsent cela jsuqu'au XVIIIe siècle

Calculer avec les jetons : la multiplication est une addition répétée



POVR multiplier vne ſomme, comme 763 par 46. Premierement ie poſe la ſomme a multiplier derriere l'arbre, comme vous voyez : puys commençant en bas, ie leue vn get, pour lequel ie poſe 46 a main droite : & ainſi ie continue de leuer tous les getz de bas cõtremont l'vn, apres l'autre : & touſiours pour chaque get que ie leue de derriere, ie poſe 46 a dextre & vis a vis dõt ie l'ay leué : c'eſt a dire, ſi ie leue vn cent, ie poſe 46 cés : ſçauoir eſt, 4 ſur la ligne des miliers, vn

JT propose le calcul de 763x46 et montre le résultat sur l'arbre du numération : à gauche le multiplicande, à droite le résultat ; chaque jeton représente une unité de l'ordre décimal de la « branche ». Les jetons posés entre les branches représentent 5 unités de la branche immédiatement inférieure. 763 est représenté par 8 jetons. Le calcul est présenté sous la forme d'une procédure, que l'on peut mener (avec un peu d'attention) sans rien savoir de l'addition ou de la multiplication. Le multiplicateur n'apparaît pas. Et en fait, le calcul se mène en vidant les jetons de la gauche de l'arbre donc à la fin de l'opération, le multiplicande a disparu et il ne reste que le résultat de l'opération.

Opération :

Si on écrit le calcul fait en ligne, en n'utilisant pas les entre-branches mais seulement les branches, cela donne :

763x46= (46+...+46)x100+(46+...+46)x10+46+46+46

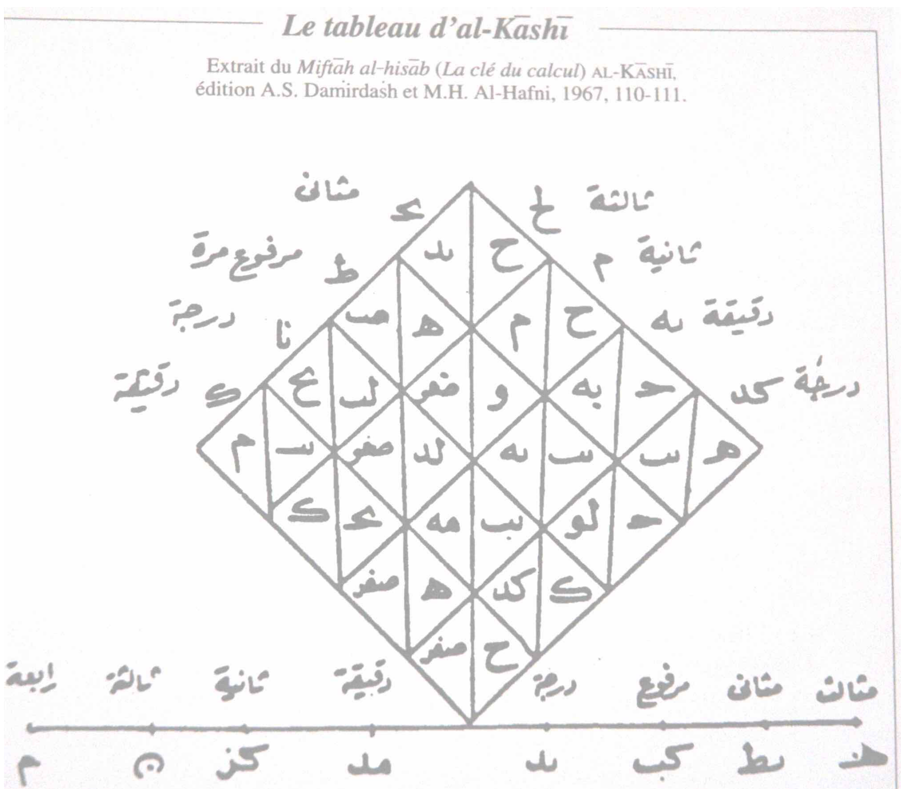
7 fois 6 fois

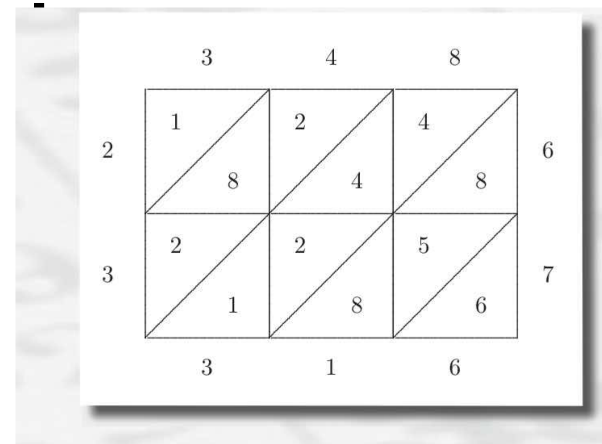
Chaque jeton du multipicande est remplacé par 46 jetons du même ordre décimal. La multiplication est une addition répétée … du multiplicateur.

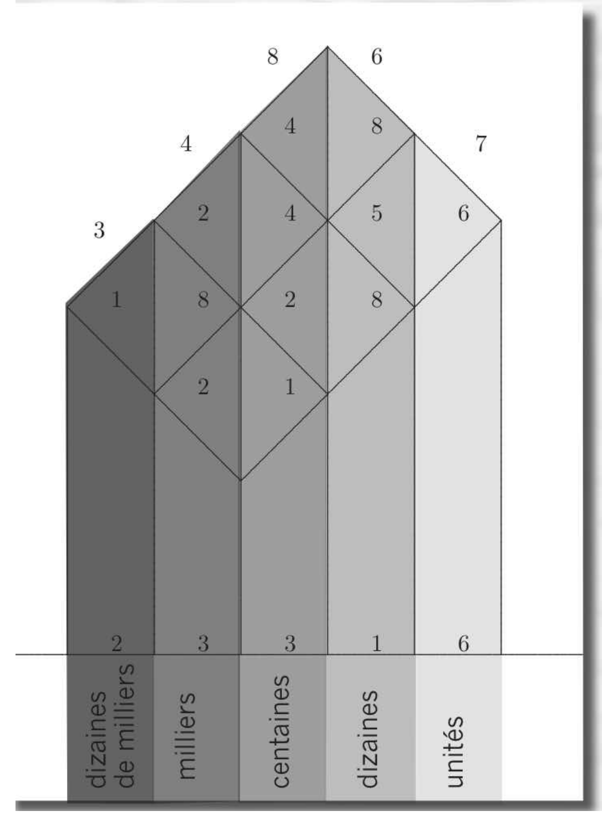
II. Le calcul avec les tables de multiplication

Le calcul indien transmis par les arabes diffuse doucement en Europe latine à partir du IXe siècle, par les échanges avec l'Espagne et les italiens comme Fibonacci au début du XIIIe siècle mais le calcul écrit, que ce soit la multiplication posée, classique pour nous, ou la méthode *per gelosia* est pour les savants et érudits.

II.Multiplier avec les tables







Méthode *per gelosia* ou méthode des maisons

Le tournant du XVIIème siècle

- Début de la mécanisation du calcul de la somme de deux nombres Schrikard (1623) et Pascal (1645) au moyen de roues dentées et d'engrenages ; en parallèle d'autres dispositifs existent pour automatiser partiellement ce calcul (à crosses) et bien sûr il existe aussi les bouliers
- Leibniz (1673) premier prototype d'une multiplicatrice mécanique grâce à l'invention des cylindres à cannelures variables et le principe de chariot : comment faire d'une addtionneuse une multiplicatrice ?
- Napier à deux titres et dans une direction différente : les bâtons qui portent son nom et la construction des logarithmes

Bâtons !


MULTIPLIEZ !
Instruments de calcul, de 1617 à 1950
L'ARRIVÉE DU CALCUL INDIEN EN EUROPE : LE CALCUL ÉCRIT, LES ALGORISTES
LES BÂTONS DE NÉPER
AUTOMATISER
UBO

II.Multiplier avec les tables :
de Napier à Steiger, les multiplicatrices directes

Les bâtons de Neper permettent d'utiliser la multiplication *per gelosia* sans connaître les tables de multiplication. Bien alignés sur un support, ils permettent de lire en commençant par la droite et sans oublier les retenues

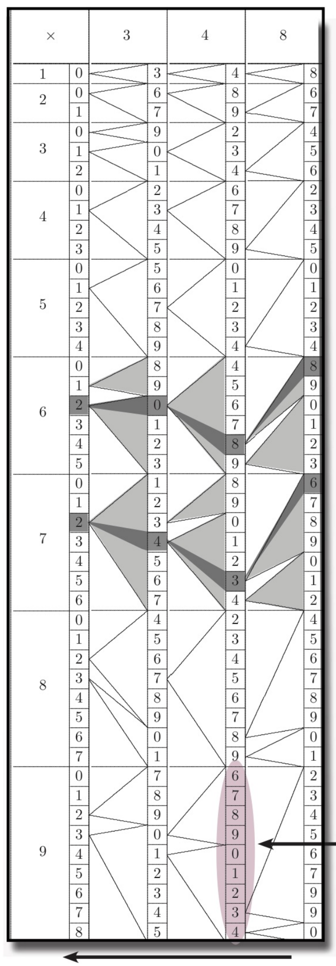
36991492 x 9 = 332923428

Il faut s'occuper des retenues. Un problème d'addition :
Schikard 1623 puis Pascal 1642

Mais Schickard pense à la multiplication lui

II. Réglettes de Genaille : tables et retenues sont intégrées dans un seul dispositif

Les réglettes de Genaille

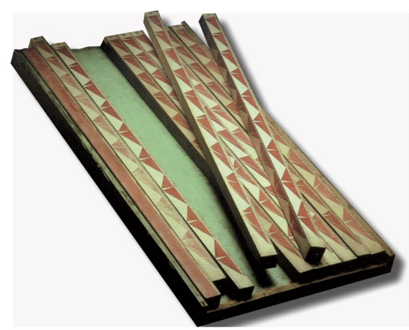


348x6=2088

348x7=2436

chiffre des unités du produit de 9 par 4 augmenté de toutes les retenues possibles provenant de l'opération précédente (de droite), ici 9x8 : la retenue est 7 ou 8.

Réplique de la machine de Genaille-Lucas 3



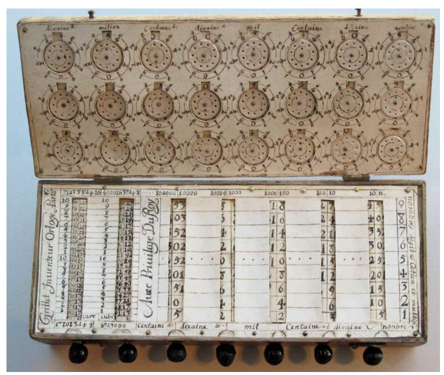
Des réglettes de Genaille sur leur support de calcul

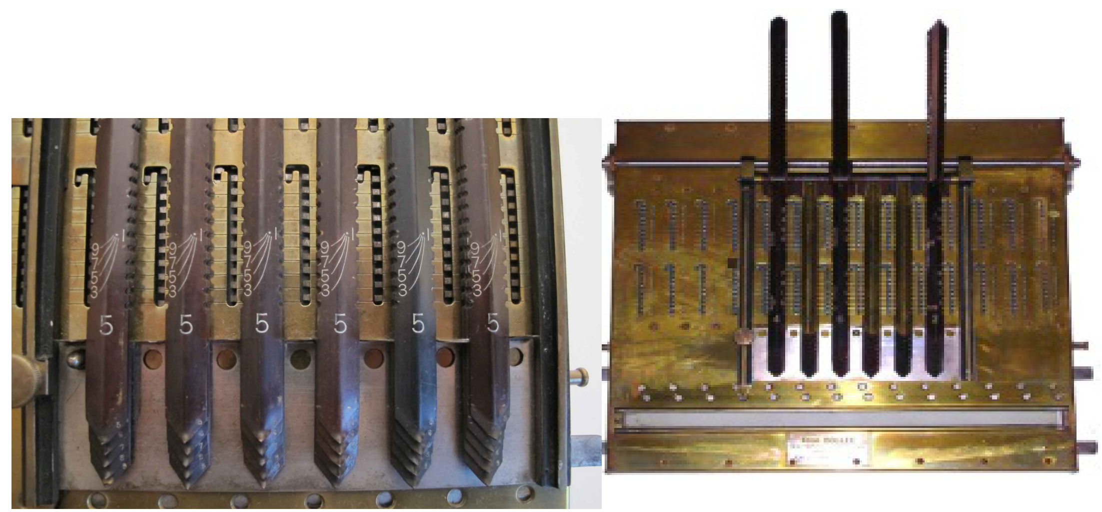
(1883)

D'un seul coup d'œil, sans s'occuper des retenues, on peut lire le résultat de l'opération en suivant les triangles sombres de droite à gauche

II.Multiplier avec les tables : de Napier à Steiger

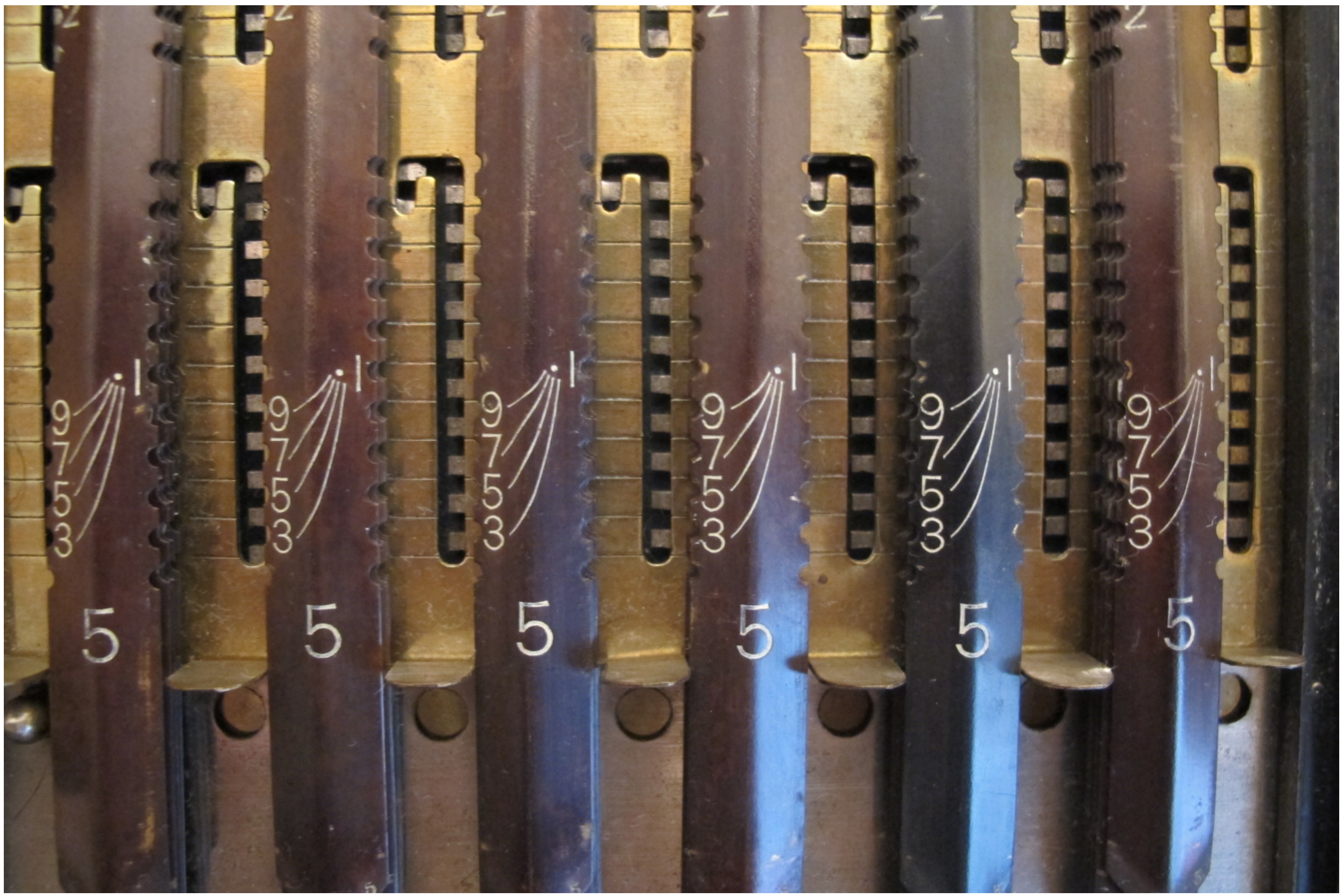
Dispositifs pour régler la question de la retenue, de la somme des produits partiels pour pouvoir multiplier par des nombres : réglettes de Genaille, combinaisons de bâtons, de réglettes avec des additionneuses à roue, rectiligne, à crosses...pour automatiser le calcul de la multiplication tel qu'on le mène sur le papier





Arithmographe de Bollée (1895)

De plus près :

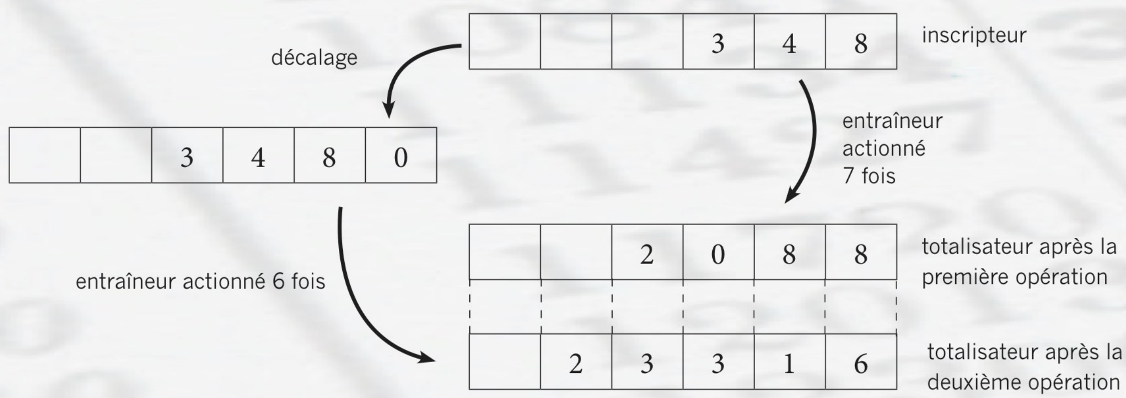


I. La multiplication comme additions répétées : des jetons à la Curta

Comment transformer une additionneuse en multiplicatrice ? L'apport fondamental de Leibniz

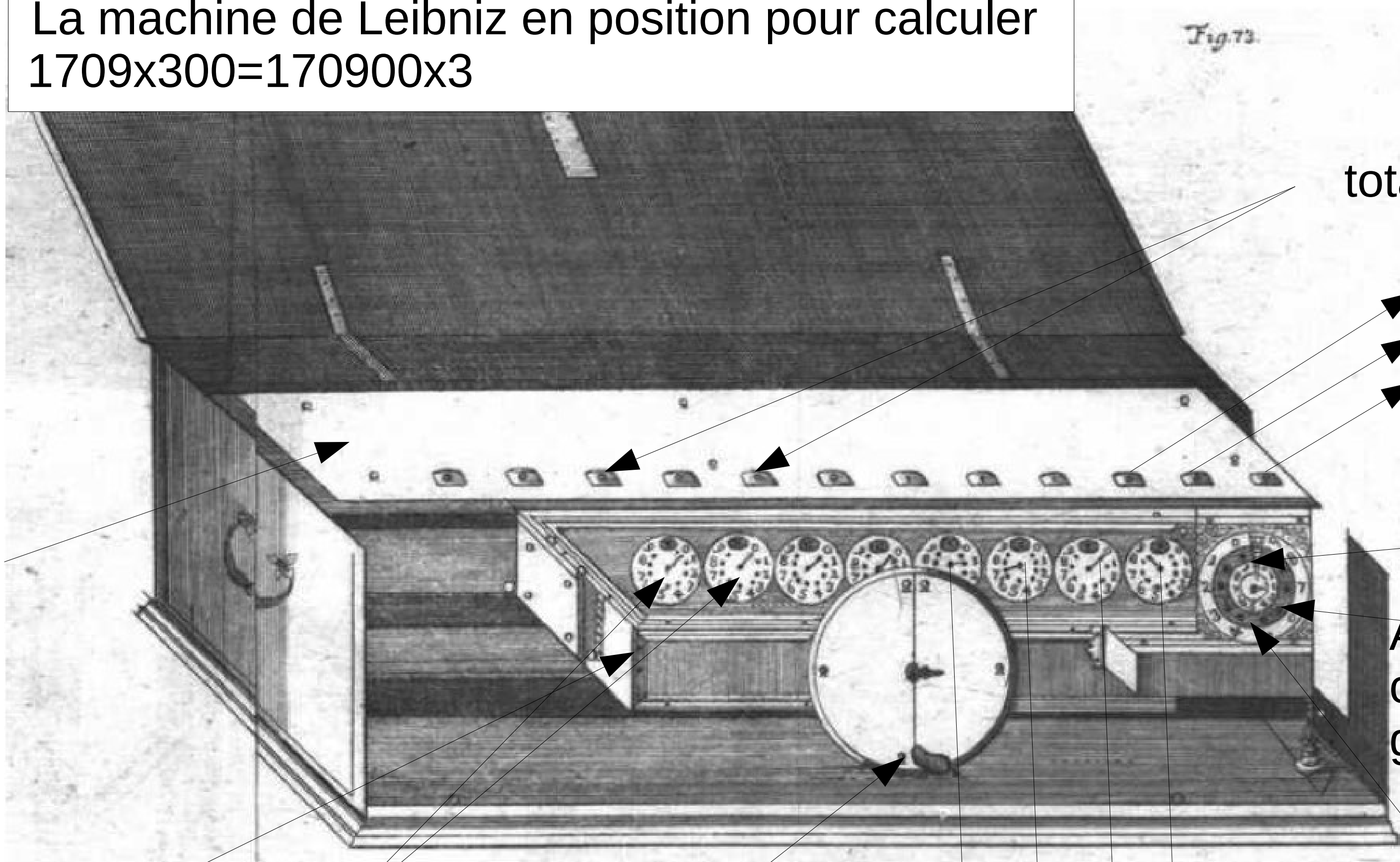
$$348 \times 67 = 348 \times 7 + 348 \times 60$$
$$= 348 \times 7 + 3480 \times 6$$
$$= \underbrace{348 + \ldots + 348}_{\text{7 fois}} + \underbrace{3480 + \ldots + 3480}_{\text{6 fois}}$$

Pour exécuter le calcul de chaque terme automatiquement, il faut pouvoir inscrire un nombre et le garder à part, le transmettre à une additionneuse avec report automatique des retenues.



I. Première multiplicatrice : du schéma (1673) au prototype (1694), présentée dans une publication (1710).

La machine de Leibniz en position pour calculer 1709x300=170900x3



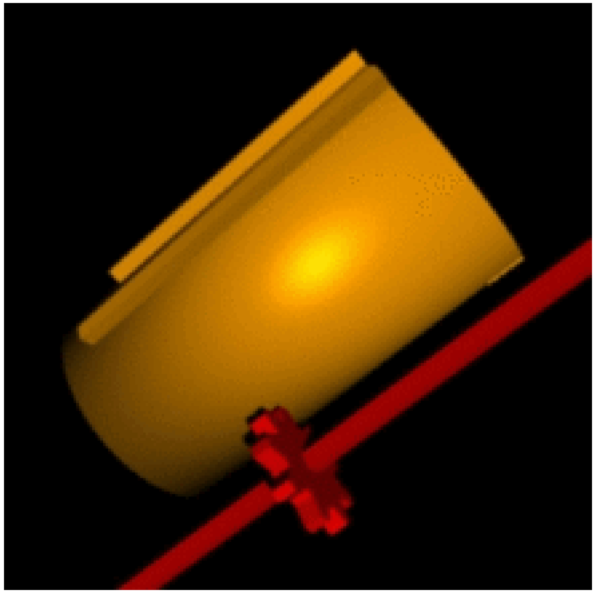
Extrait de *Brevis descriptio Machinae*

du chiffre repéré 3 sur le cercle extérieur. Ainsi la Machine sera dans cette position que montre la figure. Et maintenant précisément la grande roue est manipulée pour la troisième fois jusqu'à ce que l'on arrive en butée, le multiplicande 1709 non seulement sera multiplié par 3 mais encore le produit sera simultanément ajouté aux produits précédents pour donner le résultat final de l'opération 1709 x 365, soit 623785.

$$\begin{array}{r} 1709 \\ \underline{365} \\ 8545 \\ \underline{10254} \\ 111085 \\ \underline{5127} \\ 623785 \end{array}$$

Cette opération a ceci de très commode, pour *la multiplication et la division*, que la grandeur du multiplicande n'importe en rien tant qu'il n'excède pas la capacité de la Machine, soit ici 8 chiffres. Et la manipulation est achevée rapidement, qu'il s'agisse de grands ou de petits chiffres. Il est manifeste que presque aucune attention de l'esprit n'est requise ce qui en fait, à juste titre, un *travail enfantin*. *La division* est effectuée avec

I. L'entraîneur de Leibniz (1673) : le cylindre à cannelures de longueur variable



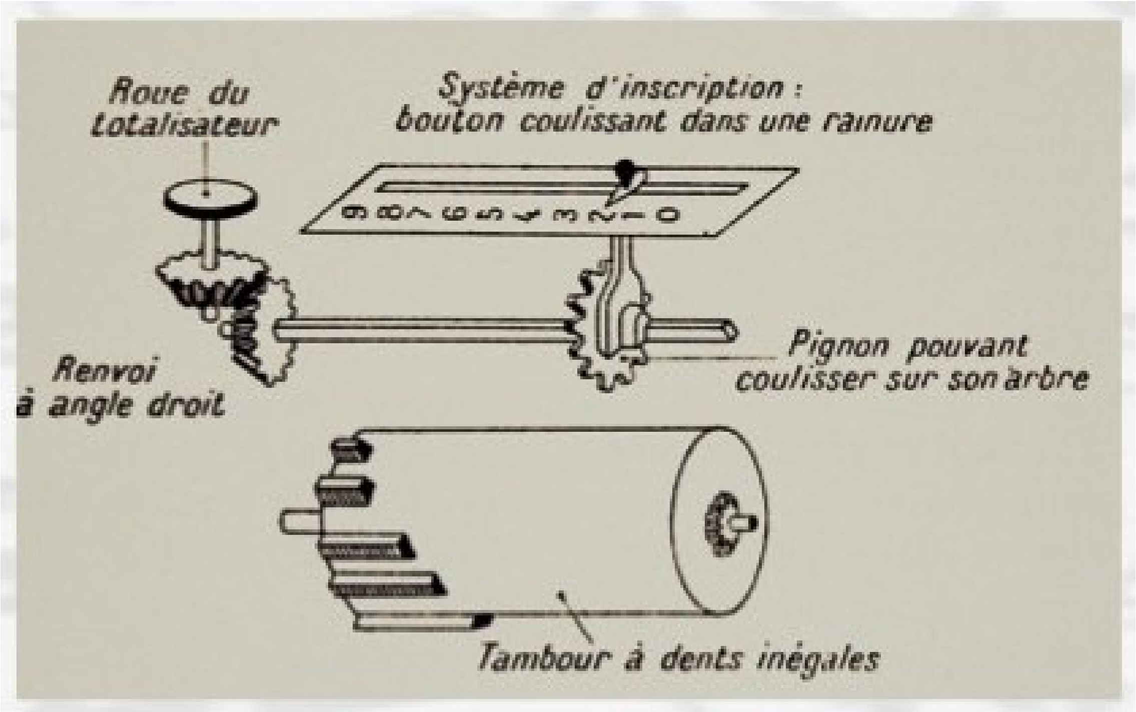
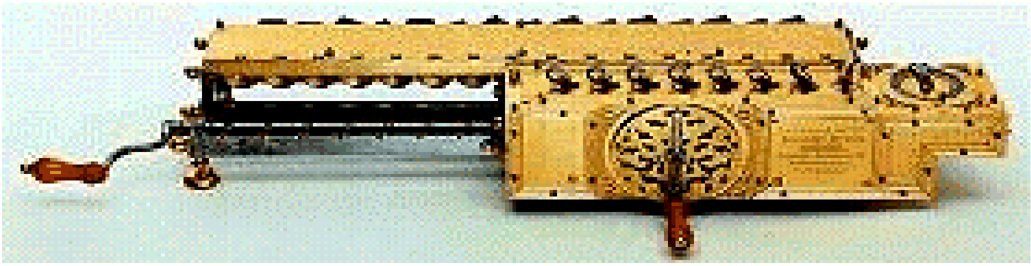
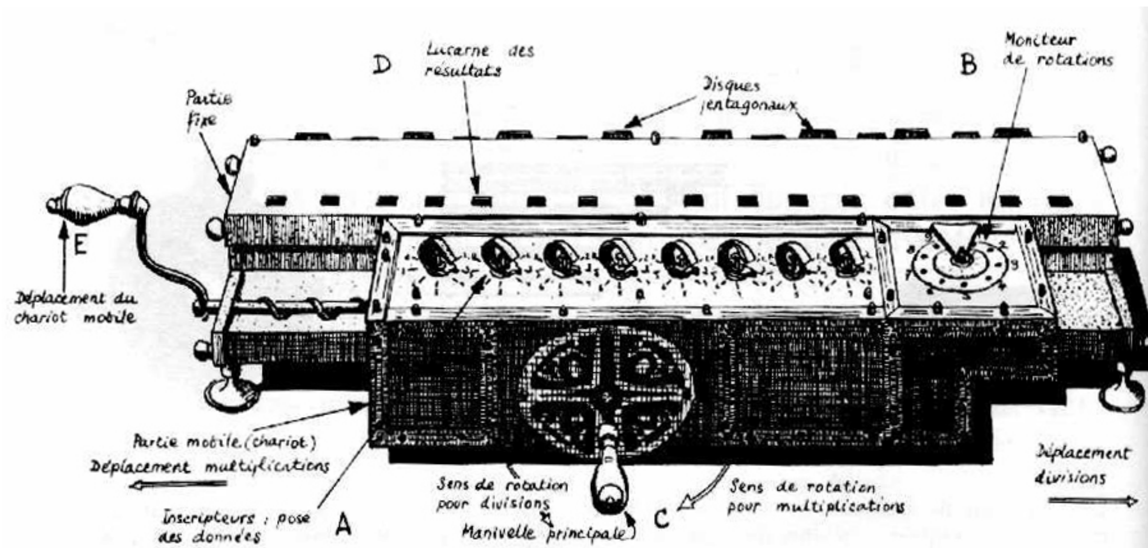


Schéma de principe de l'entraîneur de Leibniz

I. Leibniz : la première machine (1694)

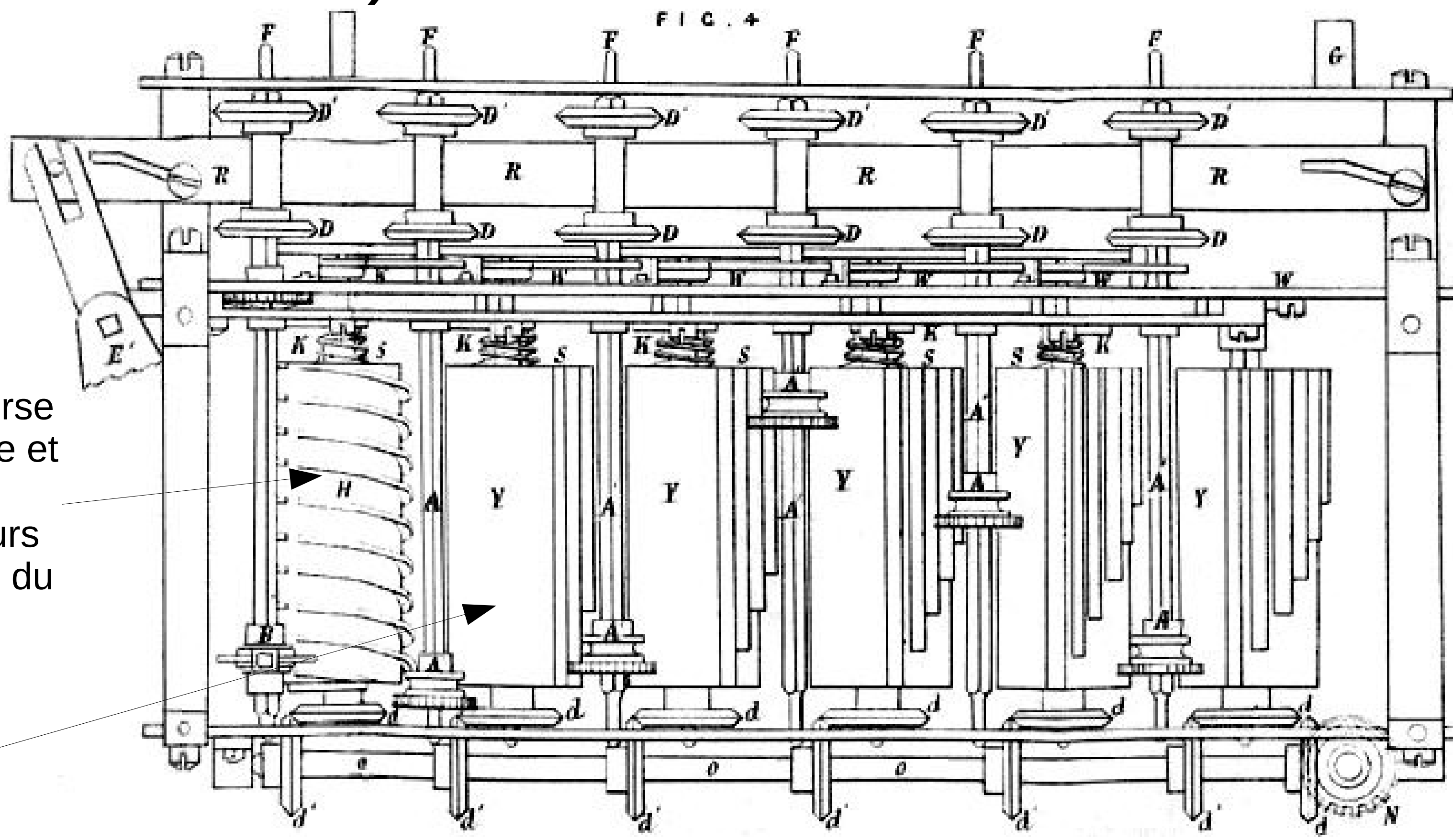




Cette machine ne fonctionne pas très bien. Elle est trop sophistiquée pour les compétences et la technologie de l'époque. Mais elle ouvre la voie pour les suivantes.

I. L'arithmomètre de Thomas de Colmar

de l'idée (brevet 1820)



Hélice pour bloquer la course de la manivelle et exécuter un nombre de tours égal au chiffre du multiplicateur

Entraîneur : cylindre cannelé de Leibniz

Dessin qui accompagne le brevet déposé par Thomas de Colmar en 1851

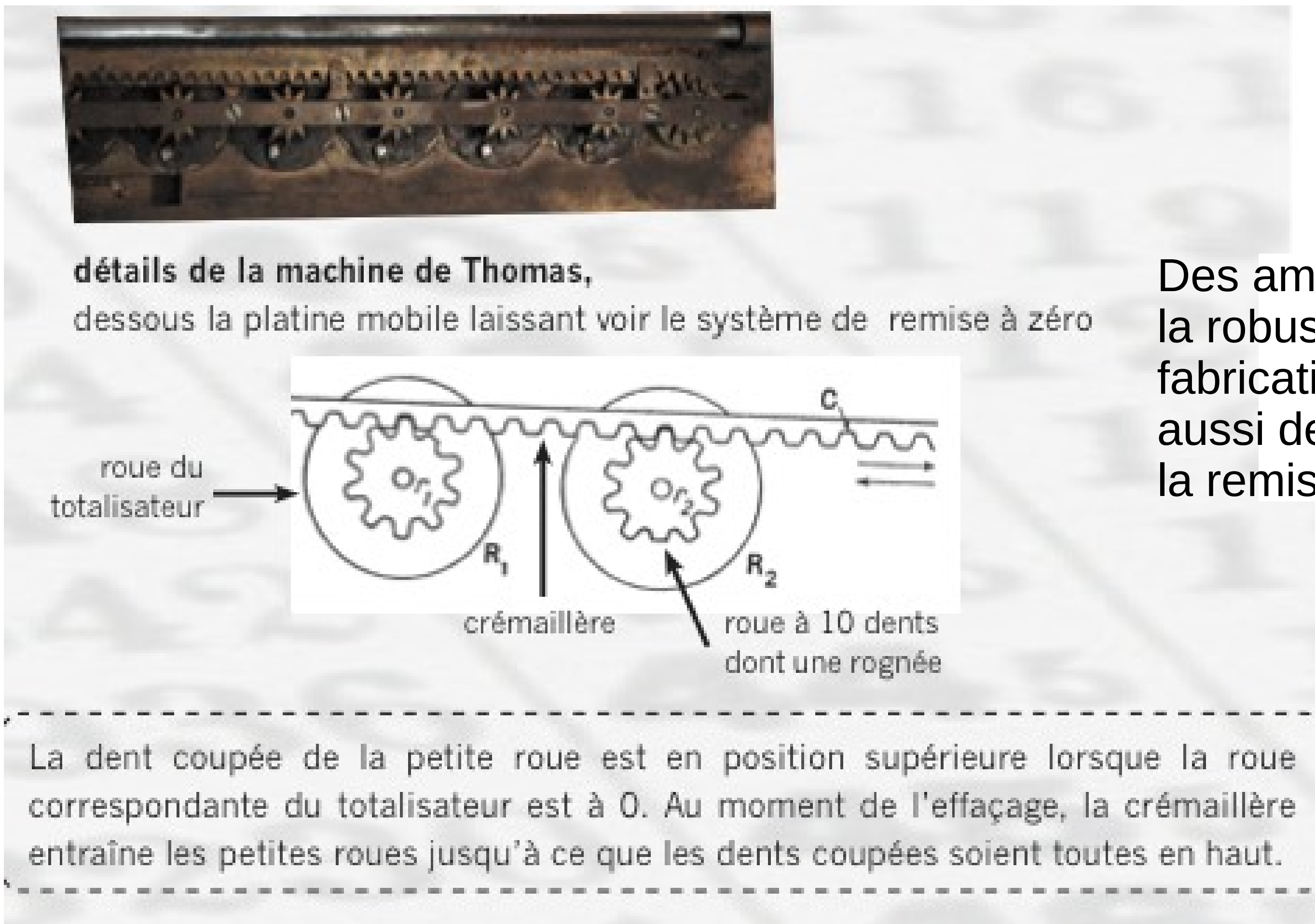
I. L'arithmomètre de Thomas de Colmar

à la production (1851)

Arithmomètre de Thomas de Colmar (1865) dans sa boîte

Les cylindres cannelés vus par la trappe de visite à l'arrière de l'instrument

I. L'arithmomètre de Thomas de Colmar
de l'idée (1820) à la production (1851)



Des améliorations : la fiabilité, la robustesse, les procédés de fabrication industrielle, mais aussi de fonctionnement :
la remise à zéro automatique

I. L'arithmomètre de Thomas de Colmar
de l'idée (1820) à la production industrielle (1851)

Brevet déposé le 18 novembre 1820, la production industrielle commence en 1851. Jusqu'en 1887, les usines T. de Colmar sont les seules à le fabriquer. Elles passent le cap des 1000 machines produites en 1873 (et jusqu'à 1600, fils de T. de Colmar).

A partir de 1878, des clônes sont produits par des entreprises allemande (Burkhardt), anglaise (Layton), française (Payen) et beaucoup d'autres : Archimedes, T.I.M., M.A.D.A.S (Etats Unis)., XxX, … et jusqu'en 1950

avec des améliorations surtout ergonomiques.

Elles sont achetées par les banques, les compagnies d'assurance, les administrations jusqu'à l'arrivée des Odhner puis des Curta.

16 chiffres au totalisateur, 6kg, 50x10x18 cm^3

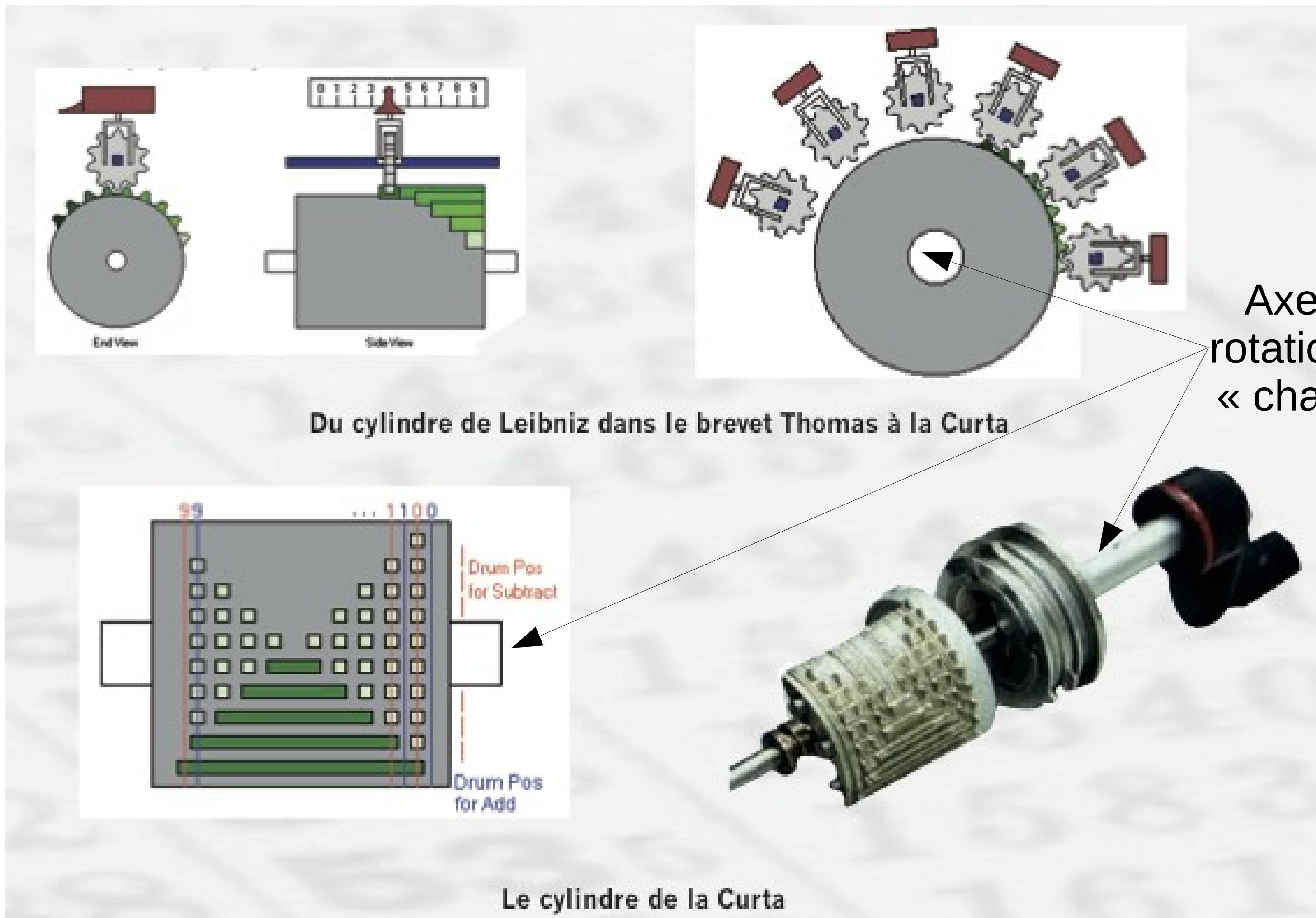
I. La suite de l'aventure des cylindres de Leibniz : la Curta

Invention de Curt Herzstark en 1938, construction de 1948 à 1972 : plus de 140 000 machines produites. Capacités de calculs : 13 chiffres au totalisateur, 230g, 10cmx6cm.

La Curta fonctionne avec un unique cylindre central que partagent tous les curseurs d'inscription

I. La suite de l'aventure des cylindres de Leibniz : la Curta

Un aboutissement technologique :



Du cylindre de Leibniz dans le brevet Thomas à la Curta

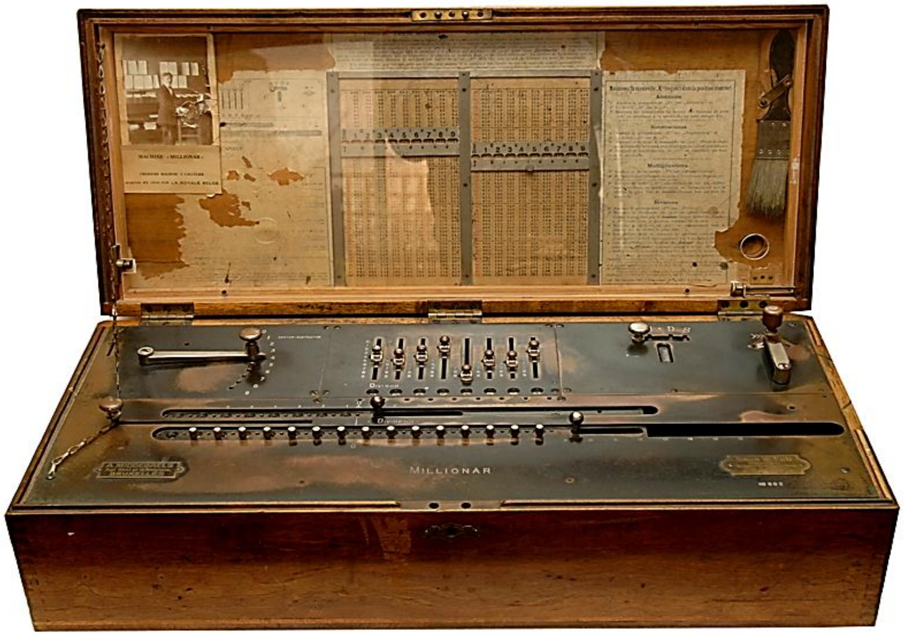
Le cylindre de la Curta

Axe de rotation du « chariot »

II.Multiplier avec les tables :
de Napier à Steiger, les multiplicatrices directes

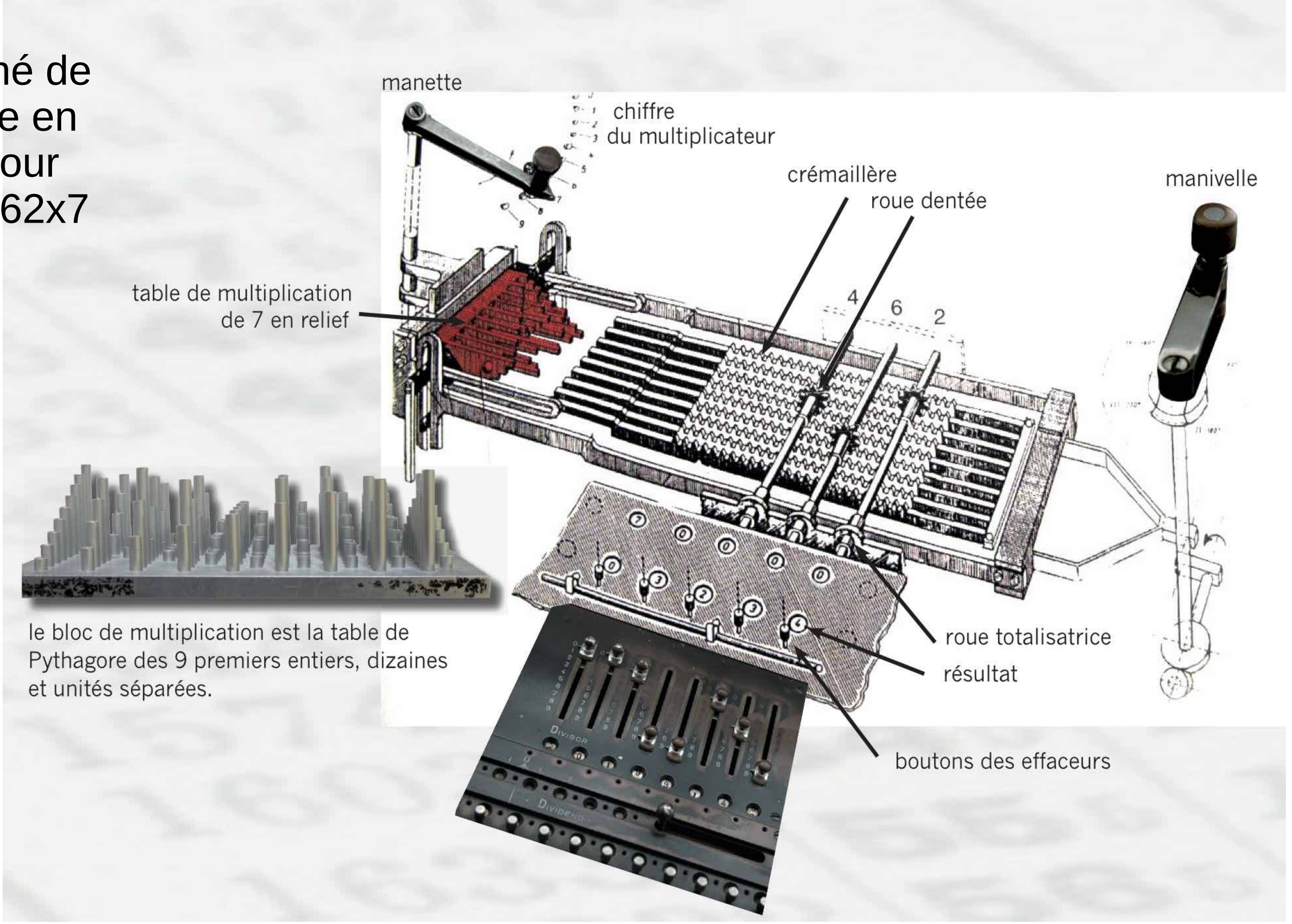
Bollée(1889) a l'idée, reprise par Steiger quatre ans plus tard, d'intégrer physiquement les tables dans une machine et de faire ainsi une multiplication en un tour de manivelle.

La machine de Steiger s'appelle la Millionnaire (fabricant Egli, Suisse), elle pèse 40kg, mesure 67x20x31 cm³ et coûte à l'époque le prix d'une voiture. Elle aura néanmoins un grand succès auprès des bureaux de change, assurances et banques. Fabrication entre 1893 et 1937 : 4655 exemplaires fabriqués.



II.Multiplier avec les tables :
de Napier à Steiger les multiplicatrices directes

Un écorché de
Millionaire en
position pour
calculer 462x7



Opération

Pour calculer 348x67 avec la Millionnaire, on fait en deux tours de manivelle et un décalage :

$348x67 = ((3.10^2+4.10^1+8)x7) \quad + \quad ((3.10^2+4.10^1+8)x60)$

$= (21.10^2+28.10^1+56) \quad + \quad ((3.10^2+4.10^1+8)x6)x10$

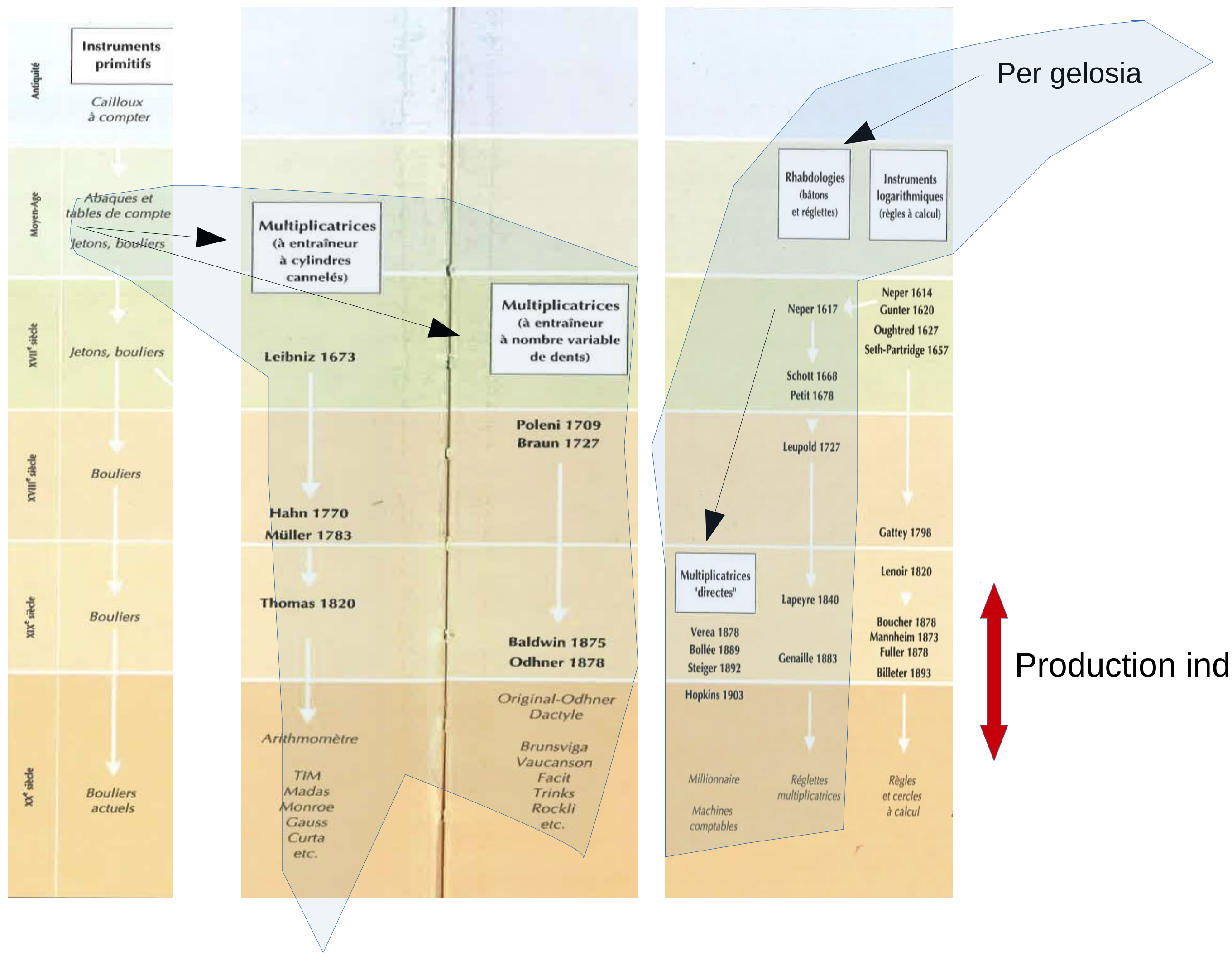
$= (2.10^3+4.10^2+3.10^1+6) + (18.10^2+24.10^1+48)x10$

$= (2.10^3+4.10^2+3.10^1+6) + (2.10^3+8.10^1+8)x10$

$= (2.10^3+4.10^2+3.10^1+6) + (2.10^4+8.10^2+8.10^1)$

$= 23316$

Les deux familles d'instruments dans le temps



Extrait Marguin

« La musique est un calcul secret que l'âme fait à son insu »

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

Il aurait sans doute apprécié celle-ci…
(enregistrements de multiplicatrices en action)

Crédits et références bibliographiques

Photos transparents 1,3,11, 15 : F.Plantevin

Photos transparents 3,12, 14, 27 : C.Cargou, extraites du catalogue de l'exposition

Images transparents 9, 13, 16,22, 23, 25, 26, 28 : extraites des panneaux de l'exposition Multipliez ! (Brest 2012), conception: F.Plantevin et I.Bonniord

Documentation transparent 28 : Arithmeum, Bonn, Allemagne ; transparent 26 : site hmuseum.org ; transparents 2, 30 : Marguin (1994) ; transparent 19 : Taton (1963) ; transparent 17 (Leibniz) ; transparent 21 (Bulletin SEIN-nov 1822)

MARGUIN Jean, 1994, *Histoire des instruments et machines à calculer – Trois siècles de mécanique pensante, 1642-1942* , Paris, Hermann

CARGOU Claude, CARGOU Marie-Paule et PLANTEVIN Frédérique, 2012, *Multipliez – Catalogue de l'exposition*, Brest, IREM de Brest.

D'OCAGNE Maurice, 1905, *Le calcul simplifié*, Paris, Gauthier-Villars, Bibliothèque générale des sciences.

LEIBNIZ Gottfried Wilhelm, 1710, « Brevis descriptio Machinæ », *in Miscellanea Berolinensia*, p. 317-319, fig. 7

TATON René, FLAD Jean-Paul, 1963, *Le calcul mécanique*, PUF, Paris

TRENCHANTJean, 1561, *L'art et moyen de calculer avec les getons*, Lyon, Michel Jove

PLANTEVIN Frédérique, 2017, « Les génies de la multiplication », *in Les mathématiques du réel*, chapitre 7.

LE BRUSQ Christellee, PLANTEVIN Frédérique, 2013, « Exploitation pédagogique d'une exposition d'instruments de calcul », *in Actes du XXXIXème colloque COPIRELEM. Quimper 2012*