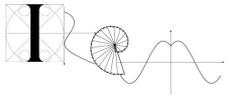


# LA NUIT EUROPÉENNE DES CHERCHEURS



*Café Littéraire*  
*Le bon goût de l'esprit*



L'IREM, Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, vous invite à

## *Maths au café*

Vendredi 26 septembre 2014 de 18h à 19h  
au

### Café Littéraire

32 rue François Mitterrand à Limoges,  
à côté de la BFM

Au programme :

*un coup d'œil sur l'infini – le triangle de Sierpiński*

*manipuler les structures complexes – le Jeu de la Vie, l'agrégation limitée par diffusion*

Animations réalisées par **Benoît Crespin**, Département Mathématiques et Informatique du laboratoire XLIM (CNRS – Université de Limoges)  
<http://www.irem.unilim.fr> – <http://www.cafelitteraire-limoges.fr>

# Un coup d'œil sur l'infini : le triangle de Sierpiński

L'infini est partout en mathématiques :

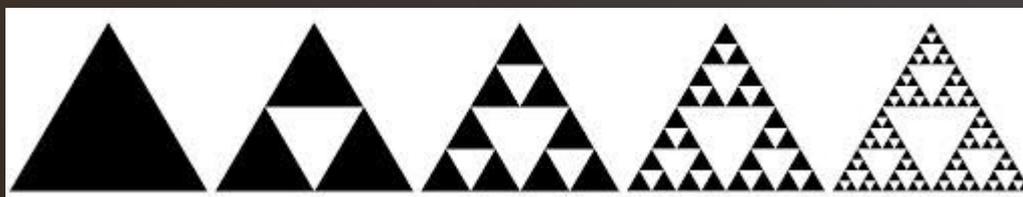
l'écriture décimale des nombres :  $\frac{1}{3}=0,333333\dots$ ,  $\pi=3,1415926\dots$ ,  
les droites en géométrie, ou encore les fractales :



tracez un trait, coupez-le en 3 et enlevez la partie centrale ; recommencez l'opération avec chacune des deux extrémités, et encore et encore... à l'infini ! Vous obtenez un ensemble infini de points de longueur nulle, l'ensemble de Cantor.

De même avec un triangle :

découpez-le en 4 triangles plus petits en joignant les milieux des côtés, enlevez celui qui se trouve au centre et recommencez avec les trois qui restent, encore et encore... à l'infini ! Vous obtenez le *triangle de Sierpiński*, du nom du mathématicien polonais qui l'a décrit en 1915.



Se promener dans le triangle de Sierpiński :

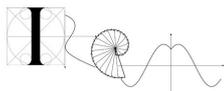
L'animation informatique vous permet de *zoomer et dézoomer* à l'infini (ou presque... faute de temps !), à l'aide de la roulette de la souris, dans le triangle de Sierpiński.

Vous pourrez ainsi constater la *structure fractale* de cet objet : chaque partie de lui-même est identique au tout.

Attention : si vous zoomez dans une partie vide, vous ne verrez plus rien ; il faut alors dézoomer et déplacer le curseur sur une partie non vide.

**Bon voyage !**

<http://www.irem.unilim.fr/animation/expositions/l-infini-en-mathematiques/>



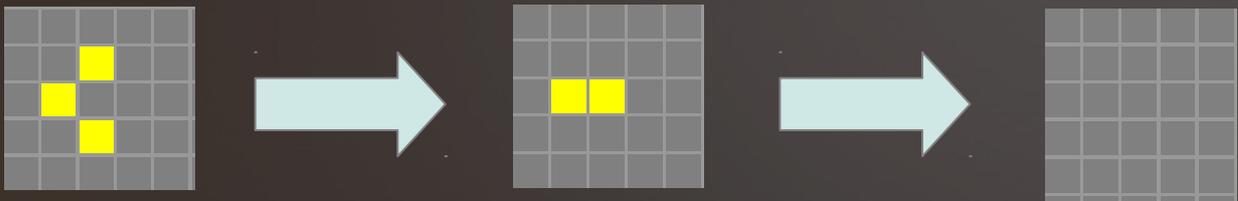
# Simuler les structures complexes : le Jeu de la Vie

Le *Jeu de la Vie* a été inventé en 1970 par le mathématicien **John Conway**. On peut le voir comme une simulation du comportement d'un ensemble de **cellules**, disposées sur une grille, qui naissent ou meurent en fonction de leur environnement.

**Les cellules vivantes apparaissent en jaune**, les autres en gris.

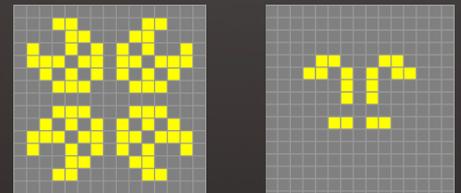
**Les règles de vie et de mort des cellules :**

- une cellule vide **naît à la génération suivante** si elle possède 3 voisines vivantes (parmi les 8 qui l'entourent) ;
- une cellule vivante **ne survit à la génération suivante que si** elle a 2 ou 3 voisines vivantes, sinon elle meurt.



## Des « animaux » remarquables

Comme les règles de **vie** et de mort font qu'il y a peu de chances qu'une cellule survive, toutes les cellules finissent en général par mourir. Il existe néanmoins des centaines d'*animaux remarquables*, telles que le *pulsar* ou le *canon* que vous pouvez tester sur l'animation informatique.



## Les automates cellulaires

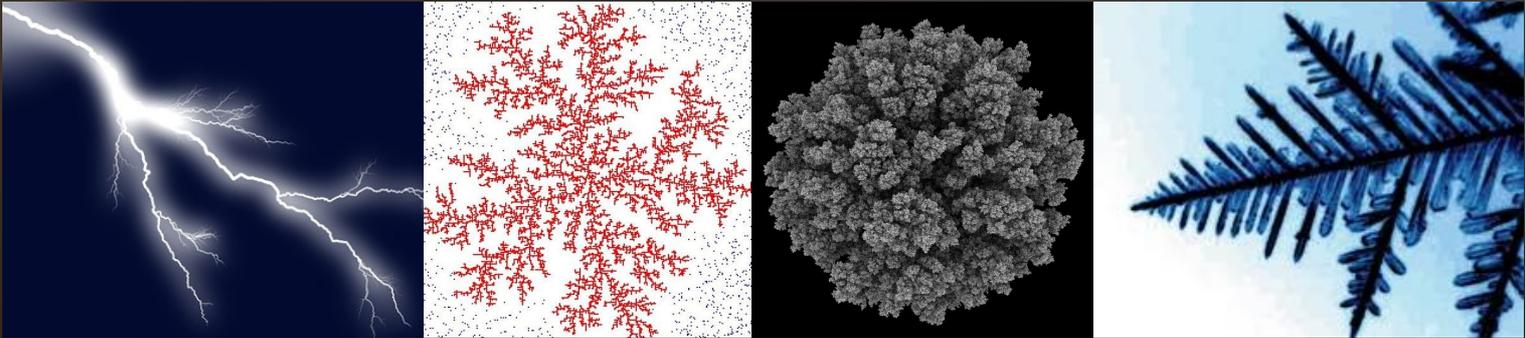
Le *Jeu de la Vie* est un exemple d'*automate cellulaire* : une grille de cellules dont l'état évolue en fonction du voisinage. Grâce aux propriétés de ses « animaux » remarquables, ce jeu est capable de réaliser des calculs complexes, permettant ainsi de simuler une *machine de Turing* (un calculateur universel).

<http://www.irem.unilim.fr/poincare-turing/espace-informatique/>

# Créer des structures complexes : l'agrégation limitée par diffusion

Le principe de l'agrégation par diffusion, proposé en 1981 par deux mathématiciens américains, s'applique aux amas de cellules qui se forment en se collant les unes aux autres. On obtient ainsi des motifs de *dendrites*, proches de formes que l'on retrouve dans la nature : *flocons de neige*, *arcs électriques*, *lichens*, etc.

Parmi les formes suivantes, lesquelles sont produites par l'ordinateur ?



## La morphogenèse

L'agrégation par diffusion est un exemple de *morphogenèse*, c'est-à-dire le processus de développement d'un organisme vivant. Turing a montré qu'avec le même type de règles on pouvait simuler l'apparition de motifs complexes comme par exemple les taches d'un léopard ou d'une girafe.



<http://www.irem.unilim.fr/poincare-turing/espace-informatique/>

