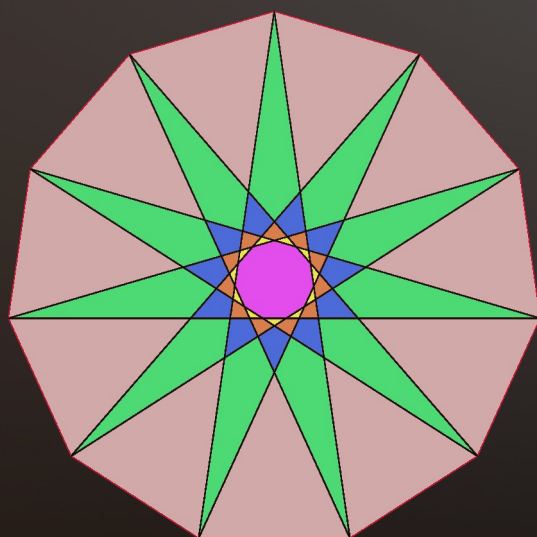


L'IREM, Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, **vous propose :**

# *le grand défi mathématique*

Vendredi 25 septembre 2015 de 14h à 22h  
place de la République, à Limoges



*Venez résoudre nos problèmes !*

# Le grand défi mathématique

## Les maris jaloux.

Trois maris jaloux se trouvent avec leurs femmes au passage d'une rivière : ils trouvent un bateau sans batelier : ce bateau est si petit, qu'il ne peut porter que deux personnes à la fois. On demande comment ces six personnes passeront deux par deux, de sorte qu'aucune femme ne demeure en la compagnie d'un ou de deux hommes, si son mari n'est présent.

*Classiques Kangourou n°2*



## Le terrain.

Un terrain rectangulaire de 108m de long sur 48m de large doit être partagé entre deux héritiers de façon que l'un ait 8 ares de plus que l'autre. Quelle sera la surface de chaque part ? On veut faire le partage par une ligne parallèle à la surface du terrain. À quelle distance de chacun des petits côtés cette ligne passera-t-elle ?

**1 are = 100 m<sup>2</sup>**

*Delfaut & Millet, Arithmétique, Cours Supérieur (1ère et 2e année), 1933*

## Les écoliers.

Un homme rencontra les écoliers d'une école et leur demanda : Combien êtes-vous ? L'un d'eux répondit en disant : « Je ne vais pas vous le dire directement. Mais, si tu doubles notre nombre, puis que tu le multiplies par trois et que tu le divises par quatre, alors en m'additionnant à cette quatrième partie cela fera cent.

Qu'il dise, celui qui peut, combien étaient les écoliers.

*d'après Propositiones ad acuendos juvenes [Propositions pour aiguïser les jeunes], Alcuin (735-804).*

## La vantelle (petite vanne d'une écluse).

Le débit moyen  $q$  d'un fluide dépend de la vitesse moyenne  $v$  du fluide et de l'aire  $S$  de la section d'écoulement. Il est donné par la formule suivante :

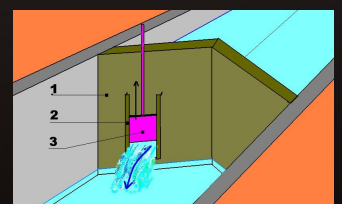
$$q = S \times v$$

où  $q$  est exprimé en  $\text{m}^3\text{s}^{-1}$  ;  $S$  est exprimé en  $\text{m}^2$  ;  $v$  est exprimé en  $\text{ms}^{-1}$ .

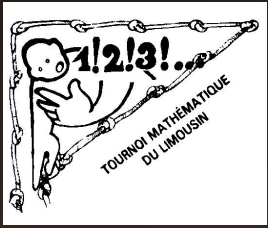
La vitesse moyenne d'écoulement de l'eau à travers la vantelle durant le remplissage est  $v = 2,8 \text{ ms}^{-1}$ . La vantelle a la forme d'un disque de rayon  $R = 30\text{cm}$ .

1. Quelle est l'aire exacte, en  $\text{m}^2$ , de la vantelle ?
2. Déterminer le débit moyen arrondi au millième de cette vantelle durant le remplissage.

*d'après le Brevet des collèges (2014)*



# Le grand défi mathématique



## Multiple caché.

Claude écrit tous les nombres de quatre chiffres distincts formés avec 2, 4, 5 et 7. Combien en écrit-il ?

Deux de ces nombres sont tels que l'un est multiple de l'autre. Lesquels ?

*Tournoi Mathématique du Limousin (2013)*

## Les bonbonnes.

Soit un père de famille qui laisse en mourant en héritage à ses trois fils 30 petites bonbonnes dont 10 sont pleines d'huile, 10 à moitié pleines et les 10 dernières vides. Partage, qui le peut, les petites bonbonnes et l'huile entre les trois fils de telle sorte que le partage soit équitable en nombre de petites bonbonnes et en quantité d'huile.

*d'après Propositiones ad acuendos juvenes [Propositions pour aiguïser les jeunes], Alcuin (735-804).*

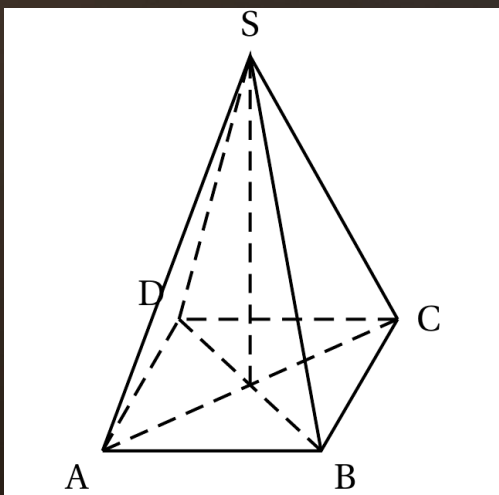


## Surface du triangle.

Un propriétaire vend un terrain triangulaire de 125m de longueur et 84m de hauteur, à raison de 45 fr. l'are (**1 are = 100 m<sup>2</sup>**). Avec l'argent de cette vente, il achète un autre terrain de forme rectangulaire valant 0 fr. 50 le m<sup>2</sup>. Quelle est la largeur de ce dernier champ, si sa longueur est de 105m ?

*Martin, Arithmétique, Cours Moyen, Certificat d'étude (1913).*

## La pyramide.



Paul en visite à Paris admire la Pyramide du Louvre. Cette pyramide régulière a :

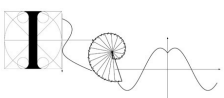
- pour base un carré ABCD de côté 35 mètres ;
- pour hauteur le segment [SO] de longueur 22 m.

Paul a tellement apprécié cette pyramide qu'il achète comme souvenir de sa visite une lampe à huile dont le réservoir en verre est une réduction à l'échelle 1/500 de la vraie pyramide. Le mode d'emploi de la lampe précise que, une fois allumée, elle brûle 4 cm<sup>3</sup> d'huile par heure.

Au bout de combien de temps ne restera-t-il plus d'huile dans le réservoir ?

(Volume d'une pyramide = un tiers du produit de l'aire de la base par la hauteur)

*d'après le Brevet des collèges (2014)*





# Le grand défi mathématique

## Des carrés dans un carré.

Partager un carré en 4, puis en 6, en 7, en 8, en 9 carrés (pas nécessairement de même taille) par des traits de coupe parallèles aux côtés.

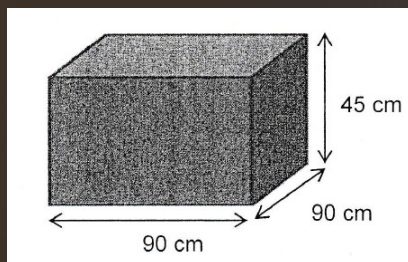
Pour quelles valeurs de  $N$  peut-on partager un carré en  $N$  carrés ?

*Tournoi Mathématique du Limousin (2014)*

## Les moutons.

Soit un champ qui mesure 200 pieds de long et 100 pieds de large. Je veux y parquer des moutons mais il faut que chaque mouton dispose d'un espace de 5 pieds de long sur 4 pieds de large. Qu'il dise, je vous prie, celui qui en est capable, combien de moutons peuvent être parqués dans ce champ.

d'après *Propositiones ad acuendos juvenes* [Propositions pour aiguïser les jeunes], Alcuin (735-804).



## Les ballons.

Combien peut-on mettre au maximum de ballons de diamètre 22 cm dans la caisse ci-contre ?

Les caractéristiques d'un ballon de football officiel sont définies par l'International Football Association Board. Le ballon doit être sphérique et avoir un périmètre compris entre 68 et 70 cm. Le ballon ci-contre répond-il à ces exigences ? On rappelle que  $P=2\pi R$ .

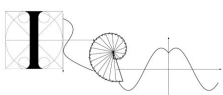
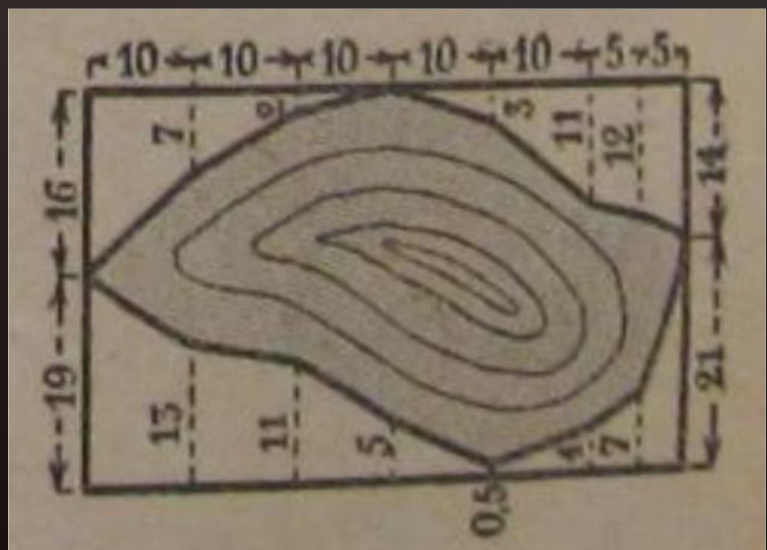
*D'après le Brevet des collèges 2014*

## L'étang.

D'après les côtes portées sur le croquis ci-contre, qui expriment des mètres, quelle est la surface approximative de l'étang qui a été figuré à l'intérieur du rectangle.

On veut transformer cet étang en une pièce d'eau rectangulaire de même surface et de 35 mètres de largeur. Quelle sera la longueur de cette pièce d'eau ?

*Delfaut & Millet, Arithmétique, Cours Supérieur (1ère et 2e année), 1933*



# Le grand défi mathématique

## Championnat de football.

Lors de la saison 2012-13 de ligue 1, à la fin de la 19<sup>e</sup> journée, trois équipes (Paris-Saint Germain, Lyon et Marseille) arrivent en tête avec 38 points. Dans le championnat français de football, il est attribué : 3 points pour un match gagné, 1 point pour un match nul et 0 point pour un match perdu. Indiquer les différentes possibilités pour obtenir 38 points après 19 matchs joués (nombre de matchs gagnés, nuls et perdus).

*Tournoi Mathématique du Limousin (2014)*

## Un lion de bronze,

placé sur le bassin d'une fontaine, peut jeter l'eau par la gueule, par les yeux et par le pied droit. S'il jette l'eau par la gueule, il remplira le bassin en six heures ; s'il jette l'eau par l'œil droit, il le remplira en deux jours ; la jetant par l'œil gauche, il le remplirait en trois ; enfin, en la jetant par le pied, il le remplira en quatre jours. En combien de temps le bassin sera-t-il rempli, lorsque l'eau sortira à la fois par toutes ces ouvertures ?

*Classiques Kangourou n°2*



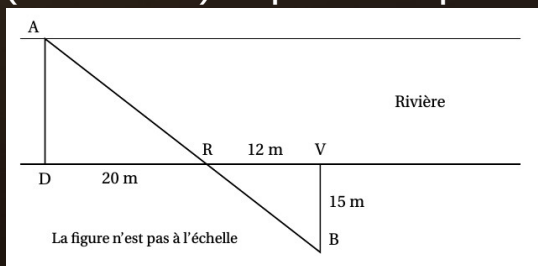
## Un champ ABCDE

a la forme d'un pentagone irrégulier. La plus grande diagonale AD qui le traverse a 96<sup>m</sup> de long. Si l'on abaisse les perpendiculaires des divers sommets sur cette diagonale, on obtient les hauteurs Bb=22<sup>m</sup>, Cc=36<sup>m</sup>, Ee=28<sup>m</sup>. Les distances sur la diagonale sont les suivantes : Ab=15<sup>m</sup> ; Ac=42<sup>m</sup> ; Ae=63<sup>m</sup>. Calculez la surface de ce champ en hectares. (Faites la figure.)

*Royer & Court, Arithmétique, Cours Moyen et certificat d'étude (1932)*

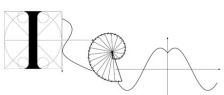
## La corde.

Joachim souhaite installer une corde en travers d'une rivière, à un endroit nommé D, et veut connaître la largeur de la rivière à cet endroit. Pour cela il a repéré un arbre (nommé A) sur l'autre rive. Il parcourt 20 mètres sur la rive rectiligne où il se situe et trouve un nouveau repère, un rocher nommé R. Ensuite il poursuit sur 12 mètres et s'éloigne alors de la rivière, à angle droit, jusqu'à ce que le rocher soit aligné avec l'arbre depuis son point d'observation (nommé B). Il parcourt pour cela 15 mètres. Il est alors satisfait : sa corde d'une longueur de 30 mètres est assez longue pour qu'il puisse l'installer entre les points D et A.



À l'aide de la figure, confirmer sa décision.

*D'après le Brevet des collèges 2014*





# Le grand défi mathématique

## La limace

fut invitée à déjeuner à une lieue de chez elle. Mais en un jour, elle ne peut pas marcher plus d'une once de pieds. Qu'il dise, celui qui le veut, en combien de jours cette limace pouvait-elle se rendre à ce déjeuner.

1 lieue = 1 500 pas

1 pas = 5 pieds

1 pied = 12 onces de pieds

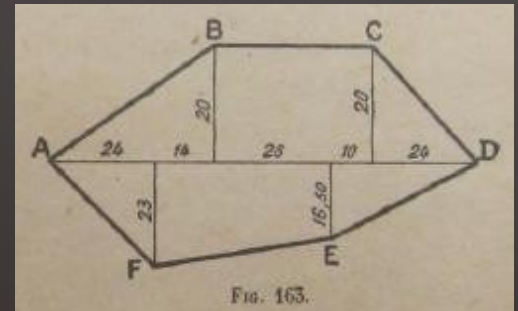
d'après *Propositiones ad acuendos juvenes*  
[Propositions pour aiguïser les jeunes],  
Alcuin (735-804).



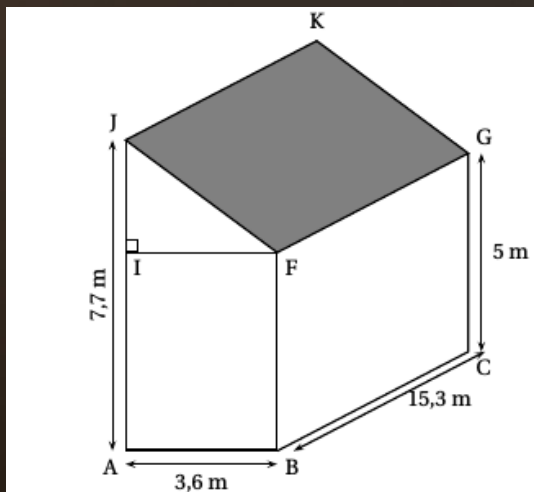
## Le champ.

Calculez la valeur du champ ABCDEF à raison de 209<sup>fr</sup> l'are (**1 are = 100 m<sup>2</sup>**).

d'après Royer & Court, *Arithmétique, Cours Moyen et certificat d'étude* (1932)



## La toiture.



Un agriculteur produit des bottes de paille parallélépipédiques de dimensions :

**90 cm × 45 cm × 35 cm.**

Marc veut refaire l'isolation de la toiture d'un bâtiment avec des bottes de paille parallélépipédiques. Le bâtiment est un prisme droit dont les dimensions sont données sur le schéma ci-contre.

Il disposera les bottes de paille sur la surface correspondant à la zone grisée, pour créer une isolation de 35 cm d'épaisseur.

Pour calculer le nombre de bottes de paille qu'il doit commander, il considère que les bottes sont disposées les unes contre les autres. Il ne tient pas compte de l'épaisseur des planches entre lesquelles il les insère.

Combien de bottes devra-t-il commander ?

D'après le Brevet des collèges 2014

# Le grand défi mathématique

## Commerce et Voyage (Fibonacci, 13<sup>e</sup> s.).

Quelqu'un s'en alla commercer à Lucca, puis à Florence, et s'en revint à Pise. Dans chaque ville, il fit le double(\*), et dans chacune il dépensa 12 deniers. À la fin, rien ne lui resta. On demande combien il a possédé au début.

(\*) c'est-à-dire il doubla l'argent qu'il avait en poche.



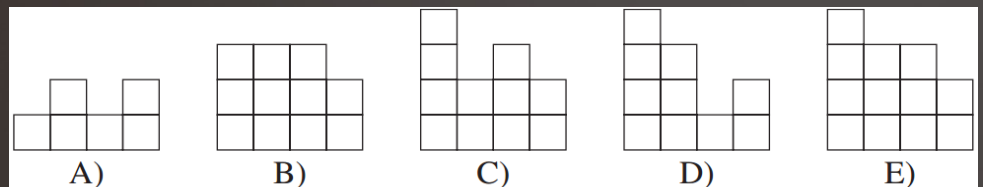
## Construction (Concours Kangourou, 2013).

Sébastien a réalisé une construction avec des cubes.

Sur la figure ci-contre, qui est une vue de dessus, on a indiqué dans chaque carré le nombre de cubes empilés à cet endroit.

| Derrière |   |   |   |
|----------|---|---|---|
| 4        | 2 | 3 | 2 |
| 3        | 3 | 1 | 2 |
| 2        | 1 | 3 | 1 |
| 1        | 2 | 1 | 2 |
| Devant   |   |   |   |

Quelle est la vue de devant de cette construction ?



## Investissements et bénéfice

(Manuel de la 3<sup>e</sup> République, P. Leyssenne).

Trois associés ont mis dans le commerce : le premier 8500<sup>Fr</sup> ; le second 7400<sup>Fr</sup> ; le troisième, 14600<sup>Fr</sup>. A la fin de la première année, ils peuvent se partager un bénéfice de 1525<sup>Fr</sup>. Quelle est la part de chacun ?

## Décorer des gâteaux (Triangle, 3<sup>e</sup>, 2012).

Martin a cuit 125 gâteaux pour l'anniversaire de sa sœur.

Il les aligne pour les décorer. Il met une noix sur un gâteau sur deux, une fraise sur un gâteau sur trois et une dragée sur un gâteau sur quatre. Il n'y a rien sur le premier gâteau.

Une fois décorés, Martin range les gâteaux sur 4 plateaux :

- les gâteaux sans décoration,
- les gâteaux avec une seule décoration,
- les gâteaux avec deux décorations,
- les gâteaux avec trois décorations.



Combien y-a-t-il de gâteaux sur chaque plateau ?

# Le grand défi mathématique

## Histoire de Fourmis (Fibonacci, 13<sup>e</sup> s.).

Deux fourmis sont sur un terrain plat à la distance de 100 pas, et se dirigent vers un même endroit.

La première avance quotidiennement de  $\frac{1}{3}$  de pas et recule de  $\frac{1}{4}$ .

L'autre avance de  $\frac{1}{5}$  et recule de  $\frac{1}{6}$ .

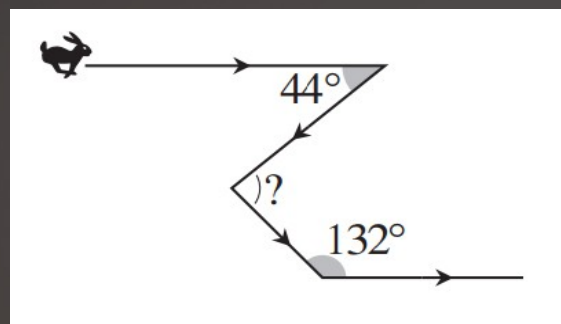
On demande après combien de jours elles se trouveront ensemble.



## La course du lapin (d'après Concours Kangourou, 2013).

Voici la course en zigzag du lapin poursuivi par le chien.

Combien mesure l'angle marqué d'un point d'interrogation ?

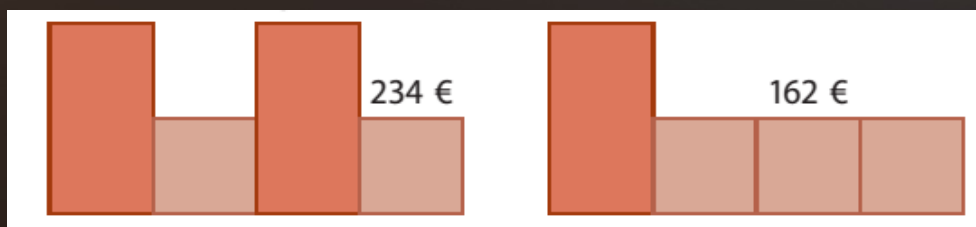


## Le salaire des ouvriers (Manuel de la 3<sup>e</sup> République, P. Leyssenne).

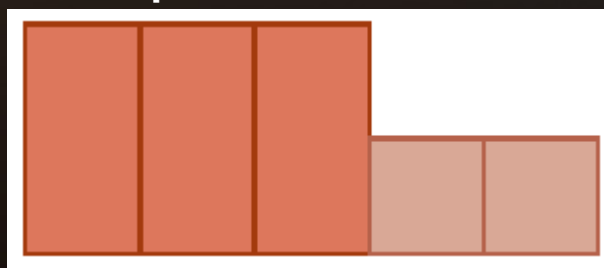
Trois ouvriers ont fait un travail qui leur a été payé 207<sup>Fr</sup>. Le premier y a travaillé 7 heures par jour pendant 15 jours ; le deuxième, 8 heures par jour pendant 12 jours ; et le troisième, 9 heures par jour pendant 16 jours. Combien revient-il à chacun ?

## Acheter des meubles (d'après Brevet des Collèges, 2010).

Deux compositions de meuble sont exposées en magasin.



Quelle est le prix de la composition ci-dessous ?

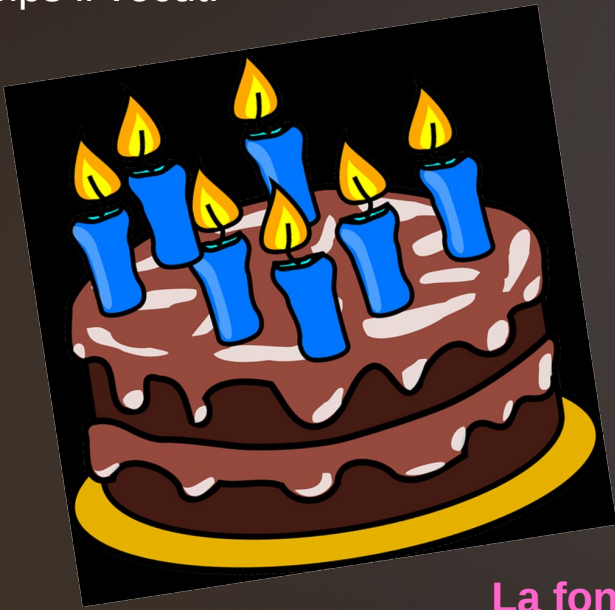




# Le grand défi mathématique

## L'âge du capitaine ? (Fibonacci, 13<sup>e</sup> s.).

Un jeune homme vécut un certain temps. S'il avait vécu en plus autant qu'il vécut, puis encore autant, puis  $\frac{1}{4}$  et  $\frac{1}{3}$  de ce qu'il avait vécu, et en outre un an, il aurait vécu 100 ans. On cherche combien de temps il vécut.



## La course du lapin (Concours Kangourou, 2013).

Voici, en désordre, les dates de naissance d'André, Boris, Cyril, Dan et Eddy : 20 février 2001, 12 mars 2000, 20 mars 2001, 12 avril 2000 et 23 avril 2001. André et Eddy sont nés le même mois. Boris et Cyril aussi. André et Cyril sont nés le même jour, dans des mois différents. Dan et Eddy aussi sont nés le même jour dans des mois différents. Quel est le plus jeune des cinq ?



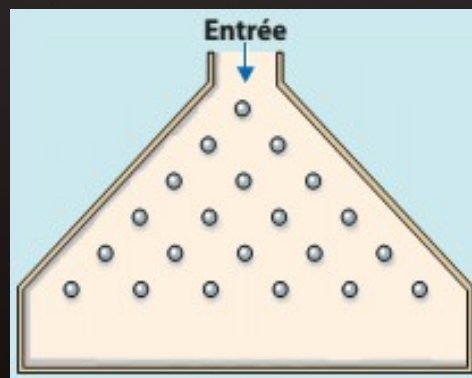
## La fontaine coule à flots (Manuel de la 3<sup>e</sup> République, P. Leyssenne).

Deux fontaines coulent ensemble dans un bassin d'une contenance de 2 mètres cubes. La 1<sup>ère</sup> fontaine donne 12 litres d'eau par minute, et la 2<sup>e</sup>, 13 litres. On demande dans combien de temps le bassin sera rempli.

## Une course de billes (Transmath 3<sup>e</sup>, 2012).

Mario joue avec une planche à clous disposée verticalement. Il lâche une bille en haut de la planche, elle passe soit à droite, soit à gauche de chaque clou rencontré et elle finit sa course dans la boîte prévue dans le bas.

Mario souhaite connaître le nombre total de chemins possibles que peut emprunter sa bille.

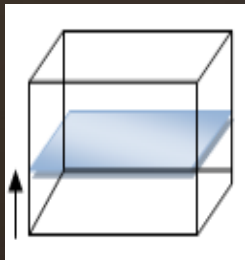


# Le grand défi mathématique

## Une régate particulière (Fibonacci, 13<sup>e</sup> s.).



Deux navires étant éloignés d'une certaine distance, le premier navire couvre ce trajet en 5 jours, l'autre en 7. On demande, s'ils commencent leur course au même moment, en combien de jours ils se rejoindront.



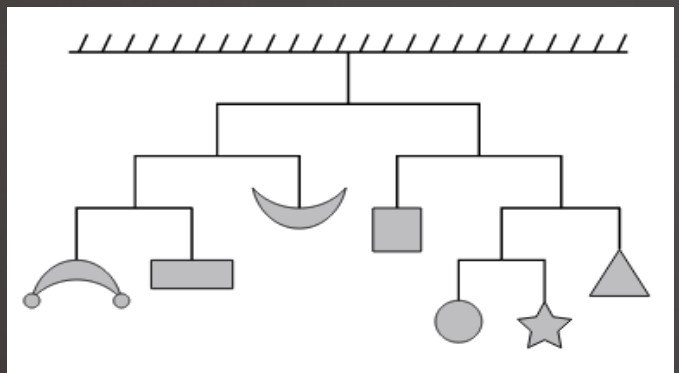
## Une course de billes (Transmath 3<sup>e</sup>, 2012).

Mario joue avec une planche à clous disposée verticalement. Il lâche une bille en haut de la planche, elle passe soit à droite, soit à gauche de chaque clou rencontré et elle finit sa course dans la boîte prévue dans le bas.

Mario souhaite connaître le nombre total de chemins possibles que peut emprunter sa bille.

## En équilibre... (Concours Kangourou, 2010).

La figure montre un « mobile » en équilibre. Les tiges sont accrochées en leur milieu. Les poids des tiges horizontales et des fils sont négligeables. L'ensemble pèse 112g. Combien pèse l'étoile ?

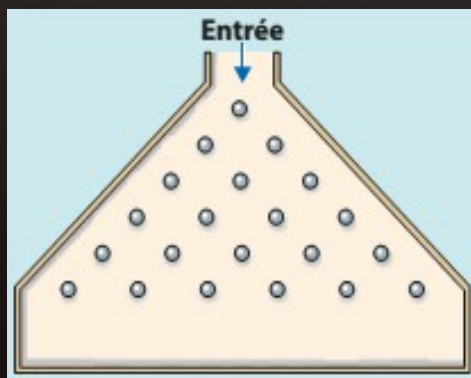


- A) 6g    B) 7g    C) 12g  
D) 16g    E) on en peut pas savoir

## De l'eau dans un pluviomètre

(Manuel de la 3<sup>e</sup> République, P. Leyssenne).

Il est tombé dans un jour une couche d'eau de pluie, dont l'épaisseur est de 1<sup>mm</sup>,3. Combien a-t-on pu en recueillir de litres dans un vase ayant une ouverture carrée de 1<sup>m</sup>,25 de côté ?



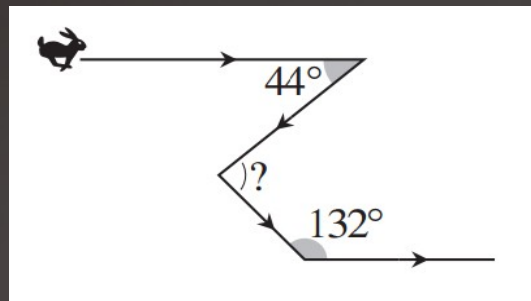
# Le grand défi mathématique

## L'âge du capitaine ? (Fibonacci, 13<sup>e</sup> s.).

Un jeune homme vécut un certain temps. S'il avait vécu en plus autant qu'il vécut, puis encore autant, puis  $\frac{1}{4}$  et  $\frac{1}{3}$  de ce qu'il avait vécu, et en outre un an, il aurait vécu 100 ans. On cherche combien de temps il vécut.



## La course du lapin (d'après Concours Kangourou, 2013).



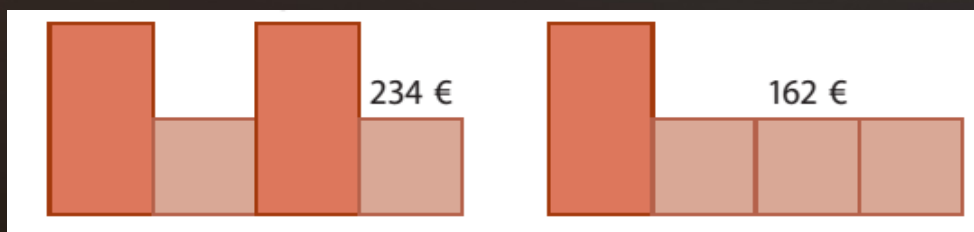
Voici la course en zigzag d'un lapin poursuivi par un chien. Combien mesure l'angle marqué d'un point d'interrogation ?

## Le salaire des ouvriers (Manuel de la 3<sup>e</sup> République, P. Leysse).

Trois ouvriers ont fait un travail qui leur a été payé 207<sup>Fr</sup>. Le premier y a travaillé 7 heures par jour pendant 15 jours ; le deuxième, 8 heures par jour pendant 12 jours ; et le troisième, 9 heures par jour pendant 16 jours. Combien revient-il à chacun ?

## Acheter des meubles (d'après Brevet des Collèges, 2010).

Deux compositions de meuble sont exposées en magasin.



Quelle est le prix de la composition ci-contre ?

