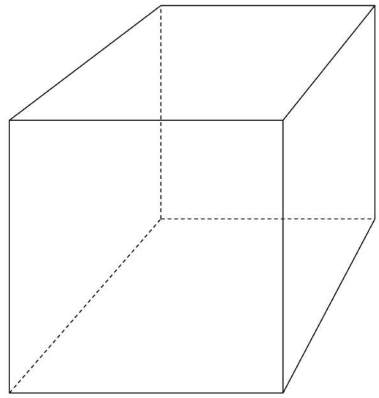
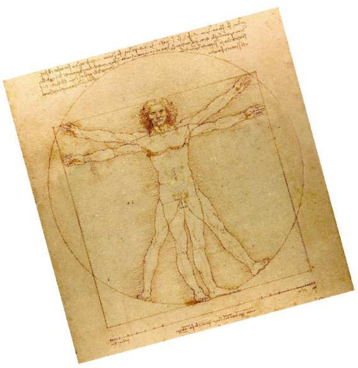
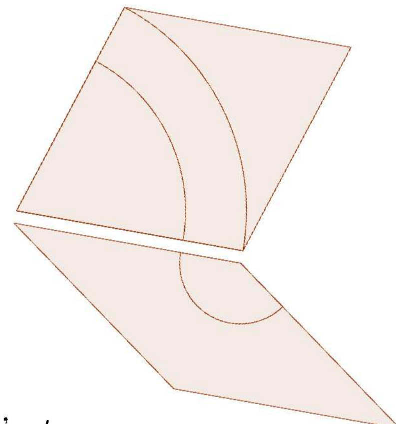
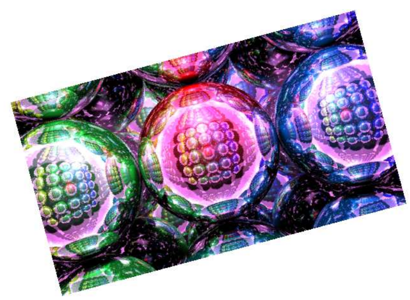






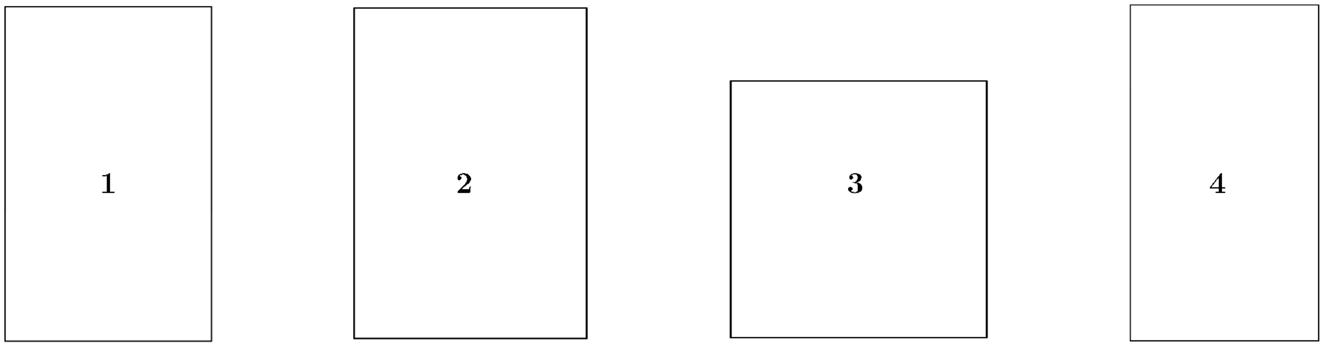
Convergences

Les mathématiques dans l'histoire de l'art



www.irem.unilim.fr/convergences
www.recreasciences.com/
www.histoireenpeinture.fr/

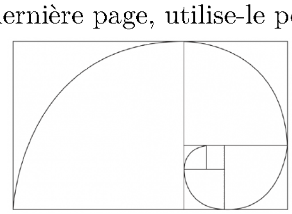
Le nombre d'Or



1. Pour tous les rectangles dessinés ci-dessus, on veut mesurer la longueur L, la largeur ℓ, puis calculer le demi-périmètre $L+\ell$ et effectuer les divisions
$$\frac{L+\ell}{L} \quad \text{et} \quad \frac{L}{\ell}$$
Prends les mesures (en cm), effectue les calculs (tu peux utiliser une calculatrice) et inscris les résultats dans le tableau, en gardant un chiffre après la virgule :

numéro du rectangle	**1**	**2**	**3**	**4**
longueur L				
largeur ℓ				
demi-périmètre $L+\ell$				
rapport $\frac{L+\ell}{L}$				
rapport $\frac{L}{\ell}$				

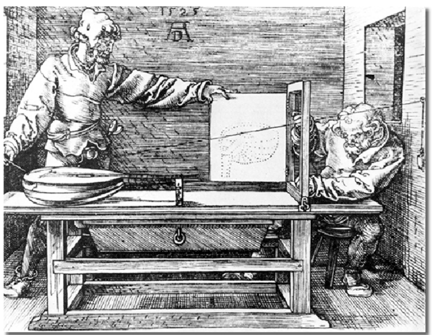
2. Le **rectangle d'Or** est celui pour lequel les rapports inscrits dans les deux dernières lignes du tableau sont égaux. À peu de chose près, ils doivent être égaux au **nombre d'Or**, qu'on désigne habituellement par la lettre grecque φ (phi, en hommage au sculpteur Phidias qui vécut à Athènes au IVe siècle avant J.-C.) :
$$\varphi \approx 1{,}618 \approx 1{,}6$$
Indique le numéro du rectangle dessiné ci-dessus qui te semble être un rectangle d'Or : ....
3. Dans le rectangle d'Or obtenu, trace le plus grand carré qu'il contient. Le « reste » forme un petit rectangle. Combien mesurent sa longueur et sa largeur ? Reprends les calculs de la question 1. et inscris les résultats dans une colonne que tu ajouteras à droite du tableau.
Qu'en déduis-tu pour le petit rectangle ? ....
Au vu de ce résultat, quelle propriété les rectangles d'Or semblent-ils posséder ? ....
....
....
4. Un rectangle d'Or est dessiné sur l'avant dernière page, utilise-le pour reproduire la figure ci-dessous :



Continue la **spirale d'Or** autant que tu peux...

La perspective centrale

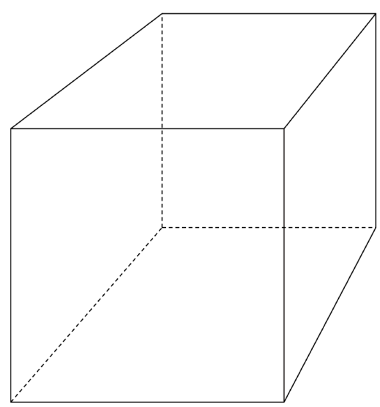
Comment représenter une scène en trois dimensions sur une feuille de papier, la toile d'un tableau ou l'écran d'un ordinateur, qui n'ont pas de profondeur ? Les artistes sont depuis toujours confrontés à ce problème, que notre œil résoud pourtant à chaque instant : la rétine prend des images sans profondeur du monde qui nous entoure (le cerveau retrouve ensuite le relief en combinant les informations envoyées par les deux yeux).



C'est à la Renaissance, période durant laquelle les artistes sont souvent en même temps mathématiciens ou architectes, qu'est inventée la **perspective centrale**. La gravure ci-contre, due à l'artiste et mathématicien **Albrecht Dürer**, montre une façon de mettre en œuvre cette technique : l'artiste place sa feuille dans un cadre entre la scène et lui-même et reproduit ce qu'il voit « par transparence ».

Les lignes qui sont dans un plan parallèle au cadre de la feuille sont reproduites à l'identique (à l'échelle près), tandis que celles qui lui sont perpendiculaires, c'est-à-dire qui indiquent la profondeur, sont dessinées comme si elles devaient toutes se rejoindre en un même point, appelé **centre** ou **point de fuite** ; c'est le point de la feuille correspondant à l'endroit de la scène situé *juste en face de l'œil de l'artiste.*

Voici la représentation d'un cube en perspective centrale :



1. Repasse en bleu les 8 côtés du cube qui ont été reproduits à l'identique, sans changement de direction (ceux qui, dans la réalité, se trouvent dans un plan parallèle à celui de la feuille).
2. Repasse en rouge les 4 côtés qui, dans la réalité, sont perpendiculaires au plan de la feuille.
3. Prolonge les côtés rouges jusqu'à ce qu'ils se rejoignent : leur point de rencontre est le **point de fuite** de cette image (attention ! Il est proche du bord de la feuille et les lignes que tu vas tracer pourront passer sur le texte imprimé).
4. Enfin, découpe le patron de cube qui est dessiné sur la couverture (avec ses pattes) et replie-le pour construire un cube, que tu essaieras de placer devant toi (un œil ouvert et l'autre fermé) de telle façon que ce que tu vois soit exactement identique au dessin ci-dessus.

Est-il alors plus haut ou plus bas que ce qui se trouve en face de ton œil ? plus à droite ou plus à gauche ?

. . . .

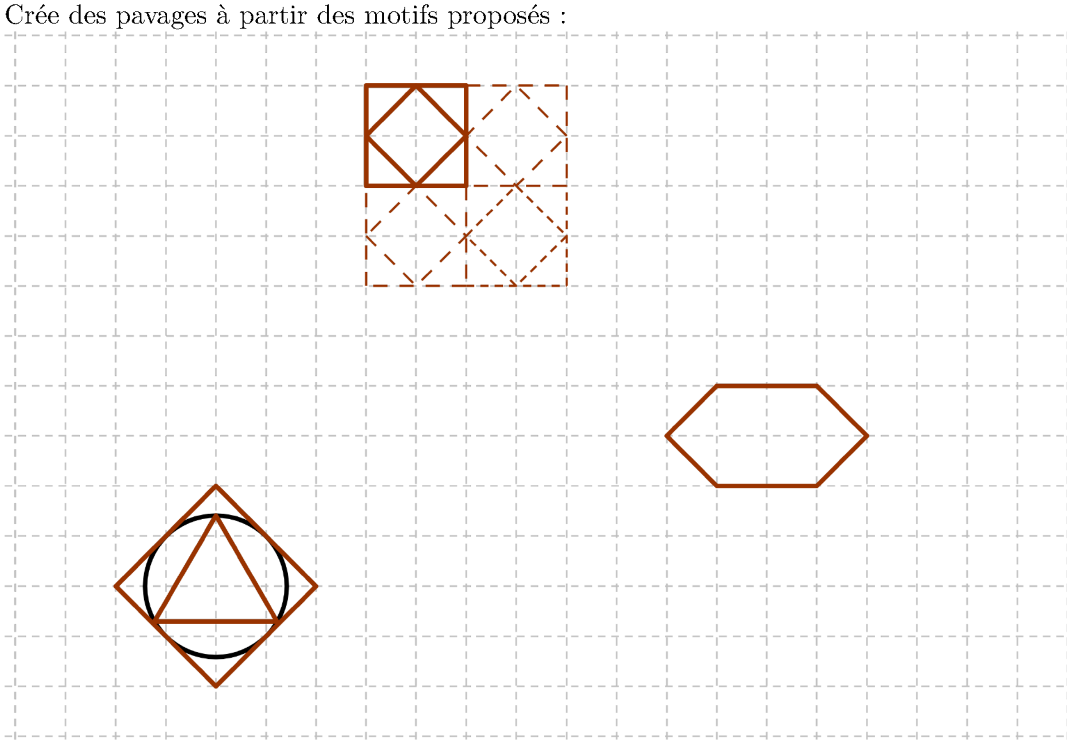
Pavages et frises

Les **frises** sont obtenues par la répétition *sur une ligne* d'un même motif. Pour les **pavages**, le principe est le même, mais on répète le motif *dans deux directions*, de façon à remplir la page.

Crée une frise à partir des motifs proposés :

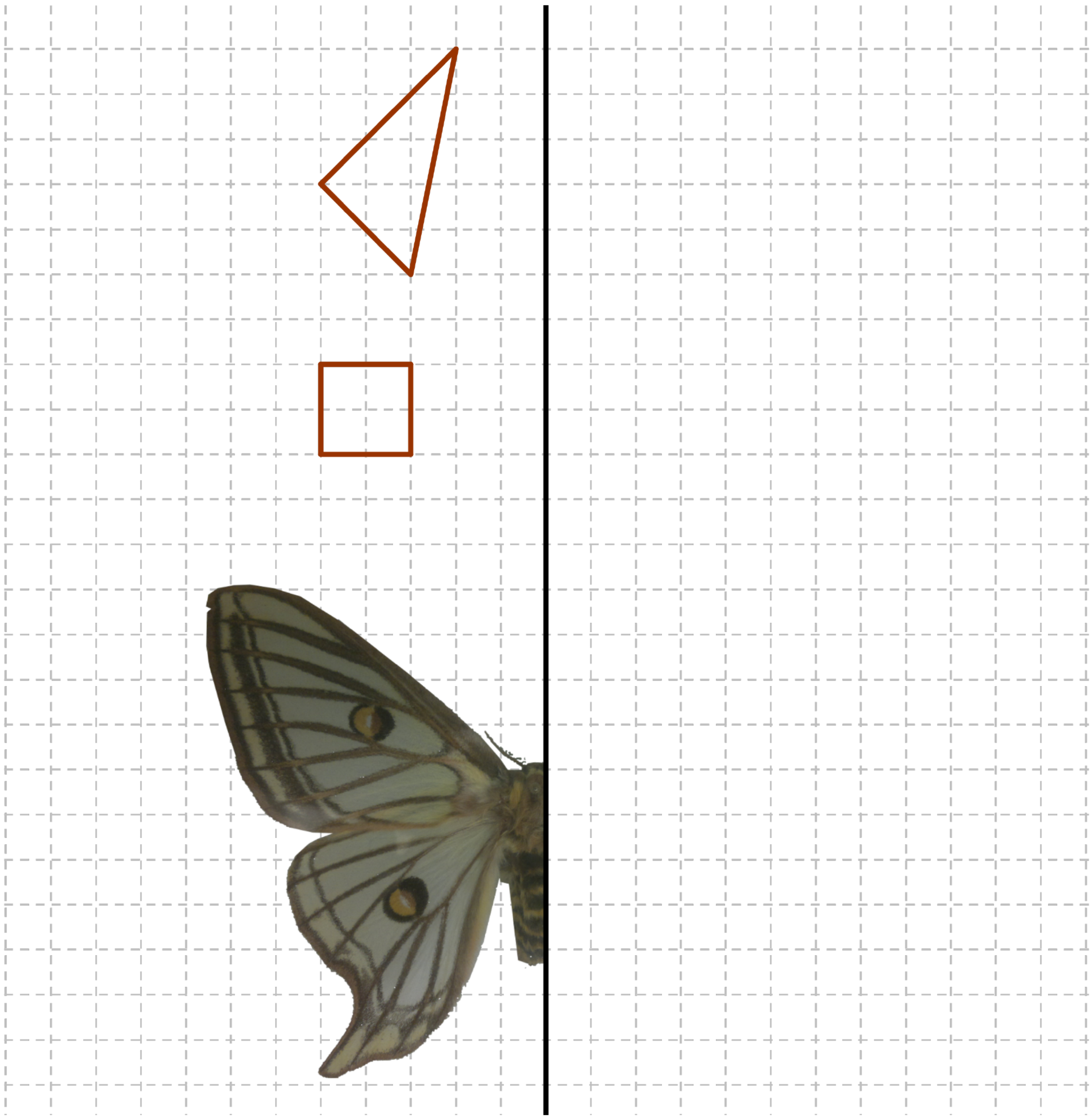
Crée tes propres frises :

Crée des pavages à partir des motifs proposés :



Symétries

Dessine la figure symétrique de chacune des figures suivantes (par rapport à l'axe vertical noir) :



Pour **tracer le symétrique du papillon**, tu peux t'aider du quadrillage, ou plier la feuille en deux le long de l'axe noir pour le dessiner par transparence.

Le « symétrique du symétrique » étant la figure de départ, on pourra dire, une fois le papillon entièrement reconstitué, qu'il est son propre symétrique par rapport à l'axe vertical, ou encore qu'**il admet l'axe vertical comme axe de symétrie**.

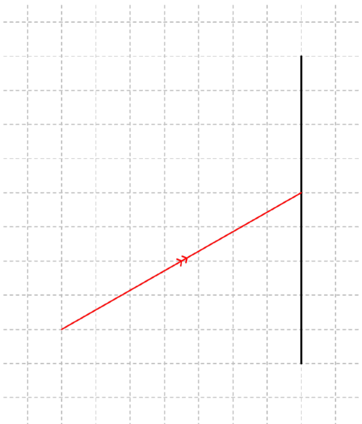
Utilise l'espace encore libre dans la grille ci-dessus pour dessiner une autre figure
qui admet l'axe vertical comme axe de symétrie.

Images de synthèse

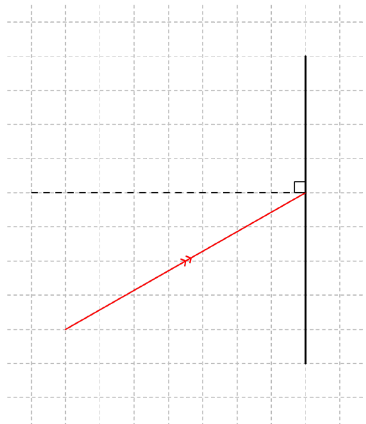
Quand un **rayon lumineux** arrive sur un objet ou une surface (mur, sol, vêtement,...), la lumière qu'il transporte est en partie absorbée, en partie réfléchie, en fonction de la couleur de l'objet : plus sa couleur est foncée, plus la lumière est absorbée, et vice-versa.

La partie du rayon lumineux qui est réfléchie **se comporte comme une boule de billard** rebondissant contre le bord de la table. Apprenons à dessiner son chemin :

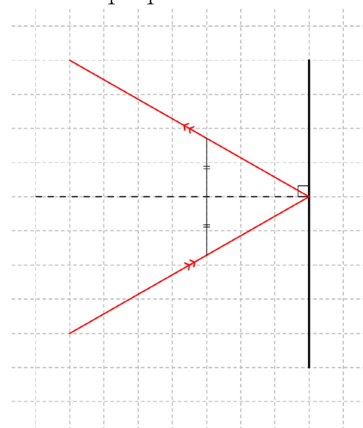
voici un rayon lumineux arrivant contre un mur



on trace la perpendiculaire au mur au point de rencontre



puis on trace le symétrique du rayon lumineux par rapport à la perpendiculaire

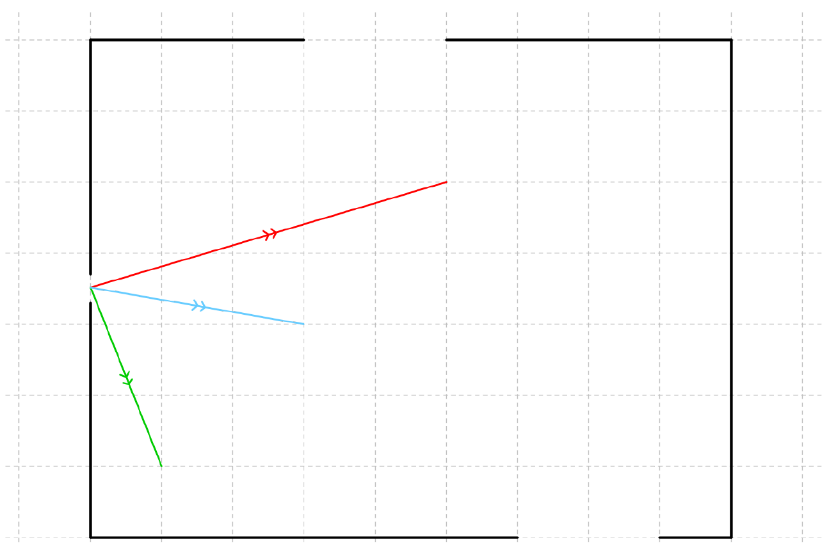


Et voilà comment repart le rayon lumineux !

Pour réaliser des **images de synthèse réalistes** par la technique du « lancer de rayons », on fait calculer à l'ordinateur le trajet des rayons lumineux, à partir de la source de lumière jusqu'à l'objet qu'on veut représenter, en tenant compte des réflexions des rayons sur les objets ou surfaces environnants jusqu'à ce qu'on considère qu'ils sont complètement absorbés.

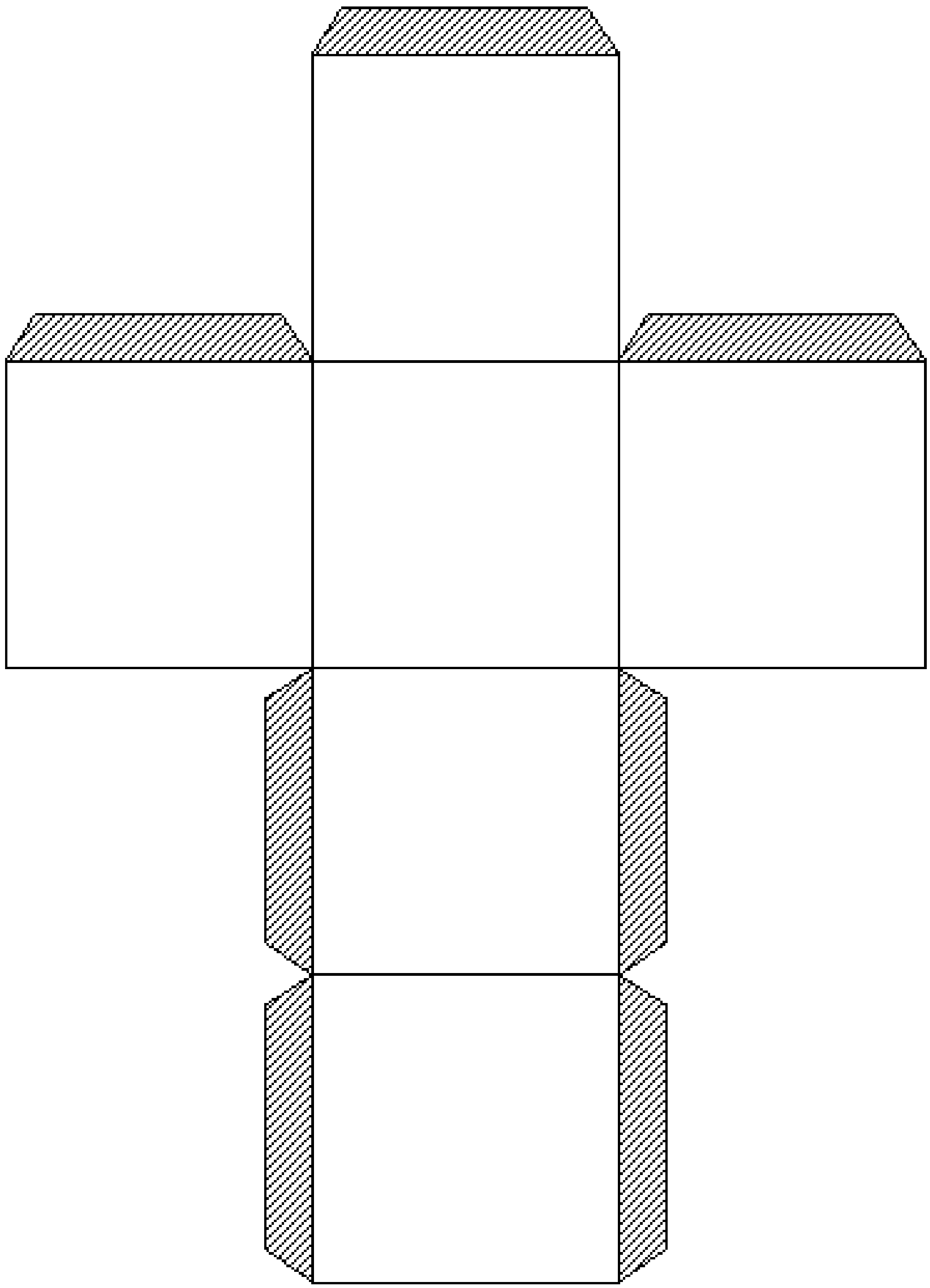
Cette technique permet d'obtenir des effets de lumière (ombres, reflets,...) très réalistes.

En utilisant la règle de réflexion vue ci-dessus, aide l'ordinateur à déterminer le trajet des rayons lumineux entrant dans la pièce représentée ci-dessous :



Attention ! les parties non colorées du bord de la pièce sont des fenêtres qui ne réfléchissent pas les rayons lumineux... On considère ici que les rayons sont trop faibles pour être encore visibles après 3 réflexions.

(rectangle d'Or)



Nous remercions pour leur soutien :

la Faculté des Sciences et Techniques de l'Université de Limoges

le laboratoire XLIM UMR 7252 CNRS - Université de Limoges

la mission ***Diffusion Culture et Savoirs*** de l'Université de Limoges

la Fondation Partenariale de l'Université de Limoges

le ***Point Sciences***, centre de ressources de la Haute-Vienne pour l'enseignement scientifique et technologique

la ville de Limoges

le consortium Cap'Maths

la MGEN

la CASDEN

la MAIF

Exposition réalisée par l'IREM de Limoges (www.irem.unilim.fr), le CCSTI Récréasciences (www.recreasciences.com) et l'artiste événementiel Reg Alcorn (www.histoireenpeinture.fr).