

Maths C2+ 2014



Histoire d'algorithmes

Livret préparé par
Marc Moyon

(Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques)

marc.moyon@unilim.fr

NOM PRENOM :

Collège :

Extrait du *Liber augmenti et diminutionis vocatus numeratio divinationis ex eo quod sapientes Indi posuerunt quem Abraham compilavit et secundum librum qui Indorum dictus est composuit.* [Livre de l'augmentation et de la diminution¹ appelée calcul par prédiction, à partir de ce que les sages de l'Inde ont mis en place, qu'Abraham a compilé et composé selon un Livre que l'on appelle <Livre> des Indiens], Anonyme

Il dit après avoir loué Dieu. J'ai composé ce livre selon ce que des sages de l'Inde ont découvert à propos du calcul par prédiction, utile pour quiconque examinant, étudiant et persévérant dans cette étude, et pénétrant sa démarche.

[#1] Voici donc le sujet : Nous avons un bien dont on soustrait le tiers et le quart, il reste huit. Quel est le bien ?

La procédure de son calcul est de prendre un plateau <qui est> de douze (le tiers et le quart en sortent) et de soustraire ce tiers et ce quart qui sont sept, et il restera cinq. Compare alors celui-ci à huit, autrement dit le reste du bien et il t'apparaîtra alors que tu as fait une erreur de trois en moins ; conserve ceci.

Puis prends un second plateau, différent du premier, qui sera de vingt-quatre. Soustrais-lui son tiers et son quart, qui sont quatorze, et il restera dix. Compare-le alors avec huit, à savoir le reste du bien. Il apparaît alors que tu as fait une erreur de deux en plus.

Multiplie donc l'erreur du dernier plateau qui est deux par le premier plateau, qui est douze, et il en résultera 24. Et multiplie l'erreur du premier plateau, qui est trois, par le dernier plateau, qui est 24, et ce sera 72. Ajoute alors 24 et 72, ceci parce qu'une erreur est en moins et l'autre en plus.

Si, en effet, les <erreurs> étaient toutes les deux soit en moins soit en plus, <alors> tu soustrairais le plus petit <produit> du plus grand.

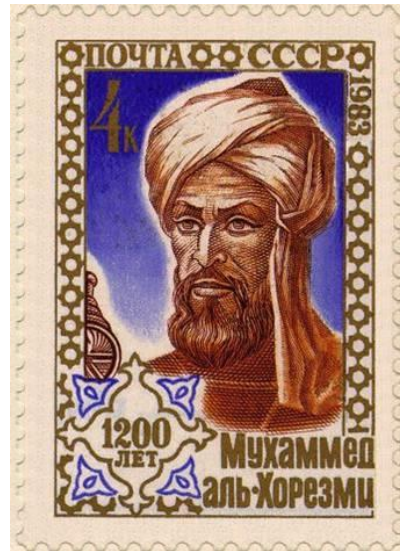
Donc, après avoir ajouté vingt-quatre et soixante-douze, ce qui aura été ajouté est quatre-vingt-seize. Puis ajoute les deux erreurs qui sont trois et deux, il en résultera cinq. Puis donc <divise> quatre-vingt-seize par cinq qui est ce qui en a résulté, et il te parviendra dix-neuf drachmes et un cinquième de drachmes.

Cette règle-ci est aussi de poser douze pour la chose inconnue, et soustrais son tiers et son quart, et il restera cinq. Dis alors par quoi multiplier cinq pour obtenir douze ? Ceci est en effet la chose inconnue. Cela est alors deux et deux cinquièmes : multiplie donc deux et deux cinquièmes par huit et ce sera dix-neuf et un cinquième.

Un autre exposé sur le même problème.

¹ *ziyāda wa nuqṣān* [augmentation et diminution]

Extrait du *Kitāb mukhtaṣar fī l-ḥisāb al-jabr wa l-muqābala*. [Livre concis sur le calcul par la restauration et la comparaison], Muḥammad Ibn Mūsā al-Khwārizmī



J'ai trouvé que les nombres dont on a besoin, dans le calcul par le *jabr* et la *muqābala*, sont de trois sortes qui sont les racines, les biens et le nombre seul qui n'est rapporté ni à la racine, ni au bien. La racine est tout ce qui est multiplié par lui-même, comme un, les nombres <entiers> qui lui sont supérieurs et les fractions qui lui sont inférieures. Le bien est tout ce qui résulte de la racine multipliée par elle-même. Le nombre seul est tout ce qui, parmi les nombres, est exprimable et qui n'est ni rapporté à une racine ni à un bien. (...)

Quant aux biens et aux racines qui sont égaux au nombre, c'est comme lorsque tu dis : un bien et dix de ses racines égal trente-neuf dirhams.

La règle est de prendre les moitiés des racines qui, dans cette recherche, sont cinq. Multiplie-les entre elles et cela donnera 25. Auxquelles tu ajoutes trente-neuf, et elles deviendront soixante-quatre. Tu prends la racine qui est 8. Ensuite, enlève-lui les moitiés des racines qui sont cinq. Il reste donc trois qui est la racine du bien. Et le bien est neuf.

[#4] Tu as multiplié le tiers d'un bien plus un dirham par son quart plus un dirham. On a vingt. [Quel est le bien ?]

[#5] Si on dit : un dirham et demi est partagé entre un homme et quelques hommes, et ce qui revient à l'homme est le double du nombre des quelques hommes.

Application de l'algèbre à des problèmes de géométrie de la mesure.

Extrait de **Liber in quo terrarum <et> corporum que continentur mensuraciones ababuchri qui dicebatur heus, translatus a magistro girardo cremonensi in Toletto de arabico in latinum abbreviatus incipit.** [Commence ici le livre abrégé dans lequel sont contenues les mesures de surfaces et de volumes d'Abū Bakr qui était dit Heus, traduit par le maître Gérard de Crémone à Tolède de l'arabe au latin.]

[#6] Et si on te dit : l'aire [d'un rectangle] est quarante-huit et la longueur excède de deux la largeur. Quel est alors chacun des deux côtés ?

(...) Son procédé par l'algèbre est de poser la largeur comme la chose. La longueur sera donc la chose et deux. Multiplie alors la chose par la chose et deux. Le bien et deux choses seront égaux à quarante-huit, qui est l'aire. Procède donc selon ce qui a précédé dans le quatrième problème et tu trouveras si Dieu veut.

[#7] Et si on te dit : tu as ajouté les quatre côtés de ce [quadrilatère] et son aire et le résultat est soixante-seize, et un côté excède de deux le second. Quel est donc chaque côté ?

(...) Le procédé pour le déterminer par l'algèbre consiste à poser la largeur comme la chose. La longueur sera la chose et deux. Multiplie alors la chose par la chose [d'une part] et par deux [d'autre part], et l'aire sera le bien et deux choses. Ajoute ensuite les côtés du quadrilatère qui sont quatre et quatre choses, ajoute-leur le bien et deux choses et le résultat sera le bien et six choses et quatre qui sont égaux à soixante-seize. Retranche donc quatre de soixante-seize et il restera soixante-douze qui sont égaux aux bien et six choses. Procède donc selon ce qui a précédé dans le quatrième problème d'algèbre.