



BANQUE POPULAIRE  
AQUITAINE  
CENTRE ATLANTIQUE

[www.bpaca.banquepopulaire.fr](http://www.bpaca.banquepopulaire.fr)

# TOURNOI MATHÉMATIQUE DU LIMOUSIN

IREM, 123 avenue Albert Thomas  
87060 Limoges CEDEX

*Le plaisir de chercher*

# 2017

**Mardi 17 janvier**  
TOURNOI dans les classes de quatrième

**Samedi 20 mai**  
**REMISE DES PRIX**  
*sous la présidence de Monsieur le Recteur*

Le Tournoi Mathématique du Limousin a été créé par :

- la Régionale de Limoges de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public ;
- le Département de mathématiques de la Faculté des Sciences de Limoges ;
- l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Limoges ;
- l'Inspection Pédagogique Régionale de mathématiques de Limoges.



## Quelques recommandations:

Vous travaillez à plusieurs dans une même salle, pensez à respecter le travail des autres.

Vous pouvez parler avec votre équipier, mais ... sans faire de bruit.

Quatre textes vous sont présentés ; vous pouvez les traiter dans l'ordre que vous voulez.

Pensez qu'**il faut justifier** vos réponses.

Les calculatrices sont autorisées.

Chaque équipe remet une seule copie. **Ecrivez en majuscules vos noms et prénoms** en tête de la copie, ainsi que votre classe et le nom de  **votre établissement**.

*Bonne chance à vous tous, Chevaliers du Tournoi !*

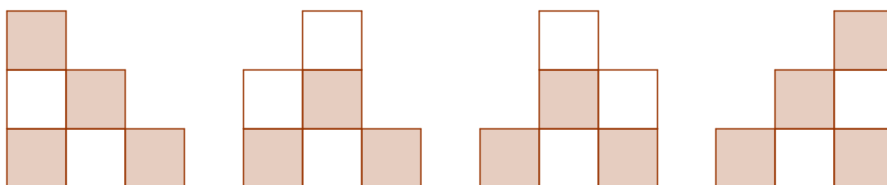
*Le corrigé du Tournoi Mathématique du Limousin sera disponible dès la fin des épreuves sur le site de l'IREM de Limoges : [www.unilim.fr/irem/](http://www.unilim.fr/irem/)*

## Jeu de cubes

On forme un empilement de cubes à  $n$  étages en respectant les règles suivantes :

- En bas on aligne  $n$  cubes côte à côte
- On surmonte chaque rangée d'une rangée possédant un cube de moins, ces cubes étant côte à côte, chaque cube étant placé exactement sur un cube de la rangée en dessous
- Enfin on colorie en gris un cube sur deux, comme sur un damier, en commençant par un cube gris en bas à gauche

Voici par exemple les quatre empilements possibles pour  $n=3$ . On remarque qu'il y a 3 ou 4 cubes gris.



Dessinez sur une feuille quadrillée tous les empilements possibles pour  $n=4$ .

Quelles sont les valeurs possibles pour le nombre de cubes gris ?

Même question avec  $n=6$ .

Pour  $n=4$ , combien de configurations ont le même nombre de cubes gris que de cubes blancs ?

Pour quels entiers inférieurs à 10 existe-t-il des configurations avec le même nombre de cubes gris que de cubes blancs ?

## En passant par le puits

Trois boules numérotées de 1 à 3 sont alignées à droite d'un puits vertical comme indiqué sur la première figure. **Les deux seules actions autorisées sont :**

- Parmi les boules qui sont à droite, faire tomber dans le puits celle qui est la plus à gauche (cette action sera notée T comme tomber)
- Faire remonter à gauche la boule qui est la plus haute dans le puits (cette action sera notée R comme remonter)

On peut effectuer ces actions dans n'importe quel ordre. Dans le puits comme à droite et à gauche on ne peut pas intervertir les boules.

a) Expliquez ce qu'on obtient à gauche du puits en partant de la figure 1 et en effectuant la suite d'actions : T R T T R R.

b) Donnez une suite d'actions autorisées qui, en partant de la figure 1, conduisent à ce qu'on observe dans la figure 2.

Figure 1 :

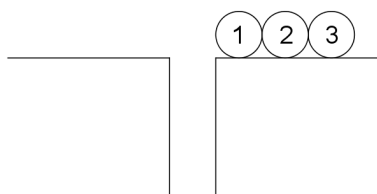
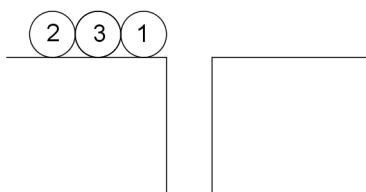


Figure 2 :



c) Dans la figure 2 les boules sont de gauche à droite dans l'ordre 2, 3, 1.

En partant de la figure 1 expliquez quels sont les ordres que l'on peut obtenir pour les trois boules à gauche du puits en respectant les actions autorisées.

Quel est l'ordre que l'on ne peut pas obtenir pour les trois boules ?

d) On dispose maintenant quatre boules, numérotées de 1 à 4, alignées dans cet ordre à droite du puits.

En utilisant les mêmes actions autorisées, quels sont les ordres que l'on peut obtenir pour les quatre boules à gauche du puits et ceux qu'on ne peut pas obtenir ?

### Petite différence

Combien y a-t-il de nombres entiers à 3 chiffres (ne débutant pas par 0) tels que deux chiffres consécutifs ont une différence égale à 1 ou à -1 ? Par exemple 232 convient mais pas 243.

Même question avec des nombres à 4 chiffres.

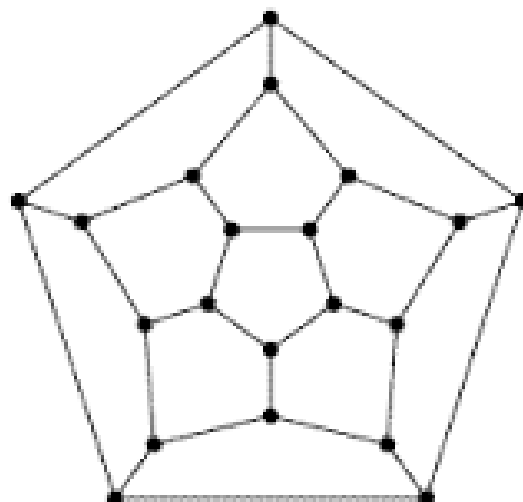
### Points rouges

Sur ce dessin il y a 20 points et 30 segments (chaque segment relie deux des points).

Reproduisez ce dessin et coloriez en rouge le plus grand nombre possible de points parmi ces 20 points en respectant la condition suivante :

il n'y a jamais deux points rouges reliés par un segment.

Pouvez-vous justifier qu'on ne peut pas en colorier davantage en respectant cette condition ?



## **Avec le soutien :**

- du Rectorat de l'Académie de Limoges,
- du Conseil Régional de la Nouvelle-Aquitaine,
- des Conseils Départementaux de la Corrèze et de la Creuse,
- de l'Université de Limoges,
- de la Faculté des Sciences et Techniques de Limoges,
- du Département de Mathématiques de la Faculté des Sciences de Limoges,
- de l'École Supérieure du Professorat et de l'Éducation de l'Académie de Limoges,
- de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public,
- de l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Limoges,
- du Comité International des Jeux Mathématiques,
- des Calculatrices CASIO,
- des Calculatrices Texas Instrument,
- de l'Association Limousine des Sports Aériens,
- de la Banque Populaire Aquitaine Centre Atlantique,
- de Récréasciences CCSTI,
- des éditions Pole-Tangente,
- de la MAIF et de la MGEN,
- de la librairie Page et Plume de Limoges,
- de la librairie Anecdotes,
- du Bowling Club Limousin et du Bowling de Brive,
- de la patinoire de Limoges (Vert Marine),
- du Laser Game Evolution de Limoges,
- des madeleines Bijou,
- de la Fédération des œuvres laïques de la Haute-Vienne,
- de Tarz en Arbre Limoges,
- des Kartings de Pageas, de Lubersac et de Limoges (RMT),
- du service des sports de la ville de Limoges (entrées piscine et mini golf)