



**TOURNOI  
MATHÉMATIQUE  
DU LIMOUSIN**

IREM, 123 avenue Albert Thomas  
87060 Limoges CEDEX

*Le plaisir de chercher*

**2020**

**Mardi 21 janvier**  
**TOURNOI dans les classes de lycée**

**Samedi 16 mai**  
**REMISE DES PRIX**  
*sous la présidence de Madame la Rectrice*

Le Tournoi Mathématique du Limousin a été créé par :

- la Régionale de Limoges de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public ;
- le Département de Mathématiques de la Faculté des Sciences et Techniques de Limoges ;
- l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Limoges ;
- l'Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques de Limoges.

### Quelques recommandations :

Vous pouvez parler avec votre équipier, mais ... **sans faire de bruit.**

Pensez qu'il **faudrait justifier** vos réponses.

Les calculatrices sont autorisées.

Chaque équipe remet une seule copie. **Écrivez en majuscules vos noms et prénoms** en tête de la copie, ainsi que **votre classe, votre section** et le nom de **votre établissement.**

### Des milliers de petits carrés

On dispose de douze mille petits carrés identiques.

En prenant  $N$  d'entre eux, on forme une surface carrée.

On rajoute ensuite 2020 petits carrés à ces  $N$  carrés et on forme ainsi une surface carrée plus grande.

Que vaut  $N$  ?

### En noir et blanc

On considère des grilles constituées de cases carrées identiques, colorées alternativement en noir et blanc comme sur un damier ou un échiquier, avec une case noire en haut à gauche.

1) Dans le cas d'une grille  $3 \times 5$  combien une diagonale traverse-t-elle de cases noires ? de cases blanches ?  
Même question pour une grille  $5 \times 7$ .

2) Dans la grille  $3 \times 5$  on note  $L_1$  la somme des longueurs des segments d'une diagonale qui sont dans une case noire et  $L_2$  la somme des longueurs des segments de cette diagonale qui sont dans une case blanche.  
Calculer le rapport  $L_2 \div L_1$ .

Reprendre la question avec une grille  $5 \times 7$ .

3) Généralisez la première question à une grille  $a \times b$  avec  $a$  et  $b$  entiers impairs sans diviseur commun autre que 1.

4) Conjecturez une généralisation de la deuxième question pour une grille  $a \times b$  avec  $a$  et  $b$  entiers impairs sans diviseur commun autre que 1.

### Jeu de triminos

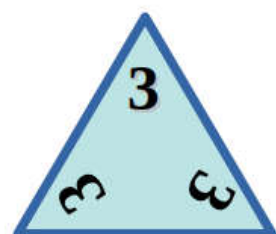
Dans ce jeu de triminos, chaque trimino est un triangle équilatéral sur lequel chaque sommet porte un chiffre entre 0 et 9. Il y a des triminos simples, doubles et triples :



trimino simple  
trois chiffres différents

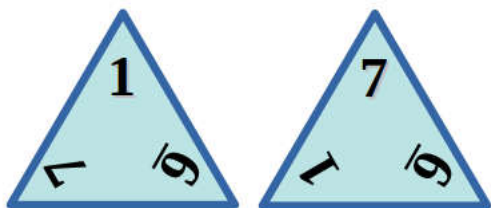


trimino double  
deux chiffres égaux

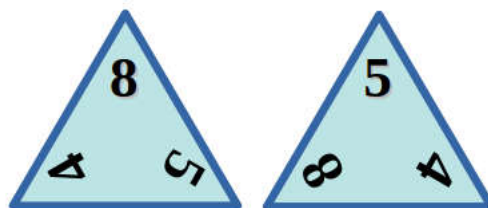


trimino triple  
trois chiffres égaux

Deux triminos sont identiques s'ils portent exactement les mêmes chiffres et si on peut passer de l'un à l'autre en le faisant tourner :



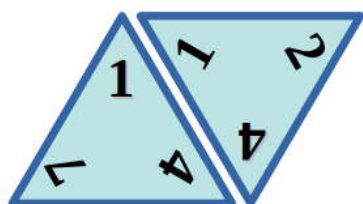
Deux triminos différents



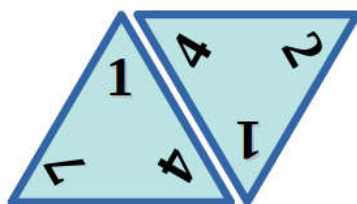
Deux triminos identiques

1) Dans le jeu de triminos, tous les triminos existant sont présents en un seul exemplaire.  
Combien y a-t-il de triminos simples ? de triminos doubles ? de triminos triples ?

2) Dans le jeu, on doit placer les triminos sur la table de sorte que deux sommets du trimino à poser coïncident avec deux sommets d'un trimino déjà placé :



Assemblage autorisé



Assemblage interdit

Au début de la partie, une pièce du trimino est placée sur la table.

A-t-on davantage de chances de pouvoir jouer si c'est un trimino simple, double ou triple ?

3) En plaçant six triminos ensemble, on peut former un hexagone.

Combien existe-t-il d'hexagones contenant un trimino triple (en respectant la règle d'assemblage pour le jeu), le trimino triple étant placé en haut de l'hexagone ?

### Rien que des 20

On considère la famille constituée des nombres entiers 20, 2020, 202020, 20202020, 2020202020, ... et plus généralement par une succession de 20 dans son écriture décimale.

1) Quels sont les diviseurs communs à l'ensemble des nombres de cette famille ?

2) Quels sont les entiers  $n$  inférieurs ou égaux à 10 pour lesquels au moins un nombre de cette famille est divisible par  $n$  ? Quels sont les entiers  $n$  inférieurs ou égaux à 10 pour lesquels aucun nombre de cette famille n'est divisible par  $n$  ?

3) Généralisez. Quels sont les entiers  $n$  pour lesquels au moins un nombre de cette famille est divisible par  $n$  ? Quels sont les entiers  $n$  pour lesquels aucun nombre de cette famille n'est divisible par  $n$  ?

*Le corrigé du Tournoi Mathématique du Limousin sera sur : [www.unilim.fr/irem/](http://www.unilim.fr/irem/)*

## **Avec le soutien :**

- du Rectorat de l'Académie de Limoges,
- du Conseil Régional de Nouvelle-Aquitaine,
- du Conseil Départemental de la Creuse,
- de l'Université de Limoges,
- de la Faculté des Sciences et Techniques de Limoges,
- du Département de Mathématiques de la Faculté des Sciences de Limoges,
- de l'Institut National Supérieur du Professorat et de l'Éducation de l'Académie de Limoges,
- de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public,
- de l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Limoges,
- du Comité International des Jeux Mathématiques,
- des Calculatrices CASIO,
- des Calculatrices Texas Instrument,
- de l'Association Limousine des Sports Aériens,
- de la MAIF et de la MGEN,
- de la librairie Page et Plume de Limoges,
- de la librairie Anecdotes,
- du Bowling Club Limousin et du Bowling de Brive,
- de la patinoire de Limoges et de l'Aquapolis (Vert Marine),
- du Laser Game Evolution de Limoges,
- des madeleines Bijou,
- de la Fédération des œuvres laïques de la Haute-Vienne,
- de l'Association des anciens élèves et fonctionnaires du Lycée Léonard-Limosin,
- de Tarz en Arbre Limoges,
- des Kartings de Pageas, de Lubersac et de Limoges (RMT),
- du service des sports de la ville de Limoges (entrées piscine et mini golf)

**Tournoi Mathématique du Limousin    123, avenue Albert Thomas 87060 Limoges Cedex**