

Devoir maison

Problème - Notion d'intervalle de fluctuation

Dans le petit village de Maleville (250 habitants), 23 personnes sont atteints par une maladie M qui ne touche normalement que 5,5 % de la population.

L'équipe médicale de la ville voisine souhaite déterminer si ce nombre élevé de malades est simplement dû au hasard ou si il faut chercher des facteurs de risque (pollution, etc.).

1. Détermination d'un intervalle de fluctuation

On suppose que l'on choisit un échantillon de 250 personnes au hasard, chaque personne ayant une probabilité 0,055 d'avoir la maladie M.

On note X le nombre de personnes touchées par la maladie M dans l'échantillon.

La variable X suit la loi binomiale de paramètres $n = 250$ et $p = 0,055$.

- Combien peut-on « espérer » obtenir de personnes touchées par la maladie M ?
- Compléter le tableau ci-contre donnant la probabilité $P(X \leq k)$ pour les petites valeurs de k .
Déterminer le plus petit entier a tel que $P(X \leq a) > 0,025$.
Déterminer le plus petit entier b tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$.
- Déterminer la probabilité $P(a \leq X \leq b)$.
- En déduire qu'il y a plus de 95 % de chances que la fréquence du nombre de malades dans l'échantillon soit dans l'intervalle $[0,028 ; 0,084]$.

Cet intervalle est l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence de la maladie M, dans un échantillon de 250 personnes.

2. Hypothèse et prise de décision

On fait l'hypothèse que la population de Maleville se comporte comme un échantillon de 250 personnes prises au hasard, chacune ayant 5,5 % de chance d'être malade.

Si la fréquence des malades n'est pas dans l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 %, on rejette cette hypothèse (avec un risque de se tromper inférieur à 5 %).

- Calculer la fréquence des malades à Maleville.
- Que peut-on conclure ?

Attention : les valeurs sont arrondis à 0,001.

Valeur de k	probabilité de $X = k$	Probabilité de $X \leq k$
0	0,000	0,000
1	0,000	0,000
2	0,000	0,000
3	0,000	0,000
4	0,001	0,002
5	0,004	0,006
6		
7		
8	0,032	0,065
9	0,050	0,115
10	0,070	0,185
11	0,089	0,275
12	0,104	0,378
13	0,110	0,489
14	0,109	0,598
15	0,100	0,697
16	0,085	0,783
17	0,068	0,851
18	0,051	0,902
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25	0,002	0,999

Représentation de la loi de X

