



**TOURNOI
MATHÉMATIQUE
DU LIMOUSIN**

IREM, 123 avenue Albert Thomas
87060 Limoges CEDEX

Le plaisir de chercher

2024

Mardi 23 janvier
TOURNOI dans les classes de lycée

Samedi 25 mai
REMISE DES PRIX
sous la présidence de Madame la Rectrice

Le Tournoi Mathématique du Limousin a été créé par :

- la Régionale de Limoges de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public ;
- le Département de Mathématiques de la Faculté des Sciences et Techniques de Limoges ;
- l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Limoges ;
- l'Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques de Limoges.

Quelques recommandations :

Vous pouvez parler avec votre équipier, mais ... **sans faire de bruit.**

Pensez qu'il **faut justifier** vos réponses.

Les calculatrices sont autorisées mais pas les ordinateurs.

Chaque équipe remet une seule copie. **Écrivez en majuscules vos noms et prénoms** en tête de la copie, ainsi que **votre classe**, votre éventuelle **spécialité mathématique** et le nom de **votre établissement**.

Le corrigé du Tournoi Mathématique du Limousin sera disponible sur le site de l'IREM de Limoges : <https://www.irem.unilim.fr/tournoi.html>

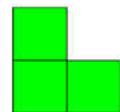
Pavage d'un escalier

On veut paver entièrement un escalier régulier par des triminos coudés.

On a le droit de tourner le trimino (il y a donc quatre orientations possibles).

C'est possible pour un escalier de hauteur égale à 2 avec un seul trimino.

On peut montrer que ce n'est pas possible pour les hauteurs 3, 4 et 5.

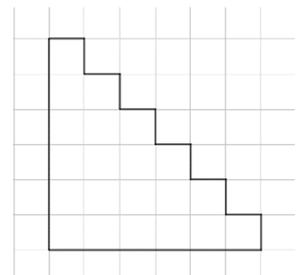


1) Pavez un escalier de hauteur 6 (voir la figure) avec des triminos coudés.

En déduire un pavage avec des triminos coudés pour un escalier de hauteur 8.

2) Pavez un escalier de hauteur 9 avec des triminos coudés.

En déduire un pavage avec des triminos coudés pour un escalier de hauteur 11.



3) Est-il possible de paver les escaliers de hauteur 7 et 10 par des triminos coudés ?

4) Montrez que l'on peut paver les escaliers de hauteur $6k$, $6k+2$, $6k+3$ et $6k+5$ (k entier naturel non nul).

Pourquoi ne peut-on pas paver un escalier de hauteur $3k+1$ par des triminos ? (k entier naturel non nul)

Est-ce un carré ?

1) Démontrez que si un nombre se termine par 5 alors son carré se termine par 25.

2) Soit D un nombre qui se termine par 5. On suppose que D est le carré d'un entier A : $D = A^2$.

Montrez que A se termine également par 5.

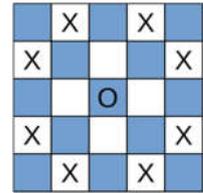
3) Soit D un nombre de neuf chiffres où tous les chiffres à part zéro apparaissent et qui se termine par 5.

Montrez que si D est un carré, alors il se termine par 625 puis qu'il est divisible par 625.

4) Montrez qu'un nombre à 9 chiffres où tous les chiffres à part zéro apparaissent et qui se termine par 5 ne peut pas être un carré.

Les cases amies

Aux échecs, le cavalier se déplace sur l'échiquier de deux cases verticalement et d'une case horizontalement ou de deux cases horizontalement et d'une case verticalement.



Par exemple, s'il est sur la case marquée d'un « O », il peut se déplacer vers les cases marquées d'un « X ».

On dit que deux cases forment une paire de cases « amies » si on peut aller de l'une à l'autre par un déplacement de cavalier (la paire $\{a, b\}$ est la même que la paire $\{b, a\}$).

On cherche le nombre de paires de cases amies sur un échiquier de côté N qui a donc N^2 cases.

- 1) Combien de paires de cases amies existe-t-il sur un échiquier de côté 3 ? de côté 4 ?
- 2) Combien de paires de cases amies existe-t-il sur un échiquier de côté N , où N est un entier quelconque ?
- 3) Existe-t-il un entier N pour lequel il y a 2024 paires de cases amies ?

N couleurs pour un triangle

On dispose de N couleurs pour colorier les côtés d'un triangle équilatéral.

Deux triangles qui ont les mêmes couleurs à une rotation ou à une symétrie près comptent pour un seul.

Par exemple, si on dispose des couleurs « bleu » et « rouge », on peut avoir 3 côtés bleus ou 3 côtés rouges ou 2 côtés bleus et 1 côté rouge ou 2 côtés rouges et 1 côté bleu, ce qui fait 4 triangles différents.

- 1) Combien de triangles différents peut-on avoir avec 3 couleurs ? avec 4 couleurs ?
- 2) Combien de triangles différents peut-on avoir avec N couleurs, où N est un entier quelconque ?
- 3) Est-il possible, pour une certaine valeur de N , d'obtenir exactement 2024 triangles différents ?
- 4) On dispose maintenant de N couleurs pour colorier les côtés d'un carré.

Combien de carrés différents peut-on avoir avec N couleurs, où N est un entier quelconque ?

Deux carrés qui ont les mêmes couleurs à une rotation ou à une symétrie près comptent pour un seul.

Avec le soutien :

- *du Rectorat de l'Académie de Limoges,*
- *du Conseil Régional de Nouvelle Aquitaine,*
- *du Conseil Départemental de la Creuse,*
- *du Conseil Départemental de la Haute-Vienne,*
- *de la Ville de Limoges,*
- *de la Faculté des Sciences et Techniques de Limoges,*
- *du Département de Mathématiques de la Faculté des Sciences de Limoges,*
- *de la Fondation Partenariale de l'Université de Limoges,*
- *de l'Institut National Supérieur du Professorat et de l'Éducation Académie de Limoges,*
- *de l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Limoges,*
- *de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public,*
- *du Comité International des Jeux Mathématiques,*
- *de l'Association des Anciens Élèves et Fonctionnaires du Lycée Léonard Limosin,*
- *de l'Association des Anciens du Lycée Gay Lussac,*
- *de CASIO, TEXAS INSTRUMENTS et NUMWORKS,*
- *de l'Association Limousine des Sports Aériens,*
- *de la MGEN, des Madeleines Bijou,*
- *de la librairie Page et Plume de Limoges,*
- *de la Fédération des Œuvres Laïques de la Haute-Vienne,*
- *de Bowling Club Limousin, de l'Aquapolis de Limoges,*
- *de Laser League Limoges, de KURIOSCAPE Escape Game Limoges,*
- *de Tarz en Arbre Limoges, de Climb-up Limoges, de Urban Sports Limoges,*
- *de The Jump, de Laser Game Target Experience Limoges,*
- *de Espace Hermeline Bussière-Galant, de Loups de Chabrières Guéret,*
- *de Circuit des Renardières Pageas, de Parc Wizz'Titi Ussac,*