Semaine des MATHEMATIQUES du LIMOUSIN 2024 en Lycées Professionnels

Mathématiques, l'important c'est de participer !!!

Le DÉFI, si vous l'acceptez, est de mener une chasse au trésor en Limousin

Éléments de CORRECTION

1. Le point de ralliement !

a) Constructions géométriques donnant le point de ralliement

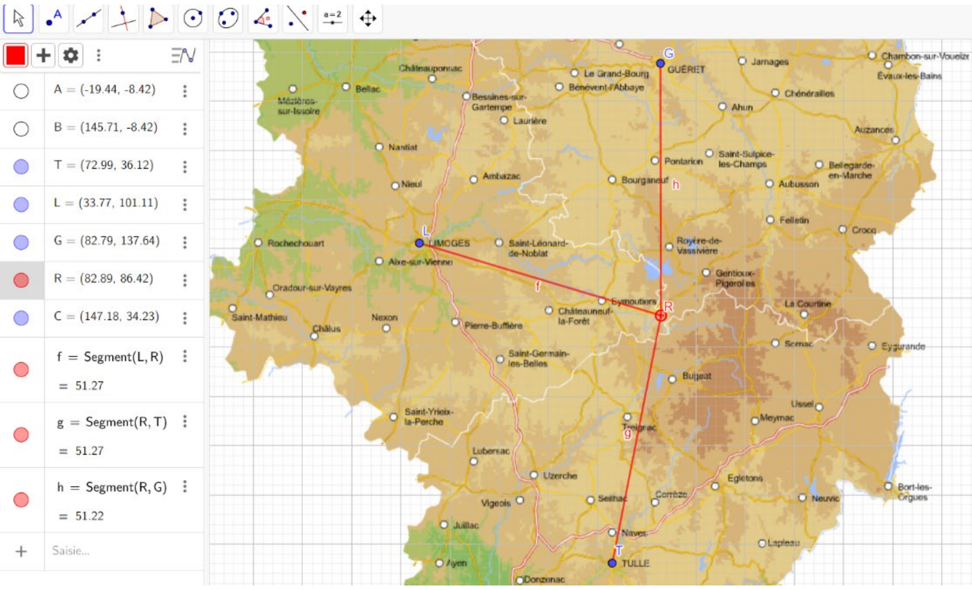
Deux constructions du point de Ralliement sont possibles :

- Soit ***par essais***, en cherchant à placer le point à égale distance des 3 villes
- Soit par ***les propriétés géométriques*** des droites du triangle et celles du cercle

SUR GEOGEBRA

Procédure par ESSAIS :

On peut placer un point R (ralliement) puis tracer les segments [RL] [RG] et [RT]. Dans la zone « algebre » on peut lire la longueur des segments. On déplace le point R jusqu'à obtenir les 3 longueurs égales



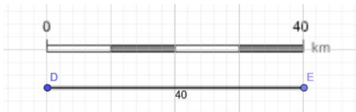
ICI : on trouve des longueurs

RL = 51,27 unités ou km

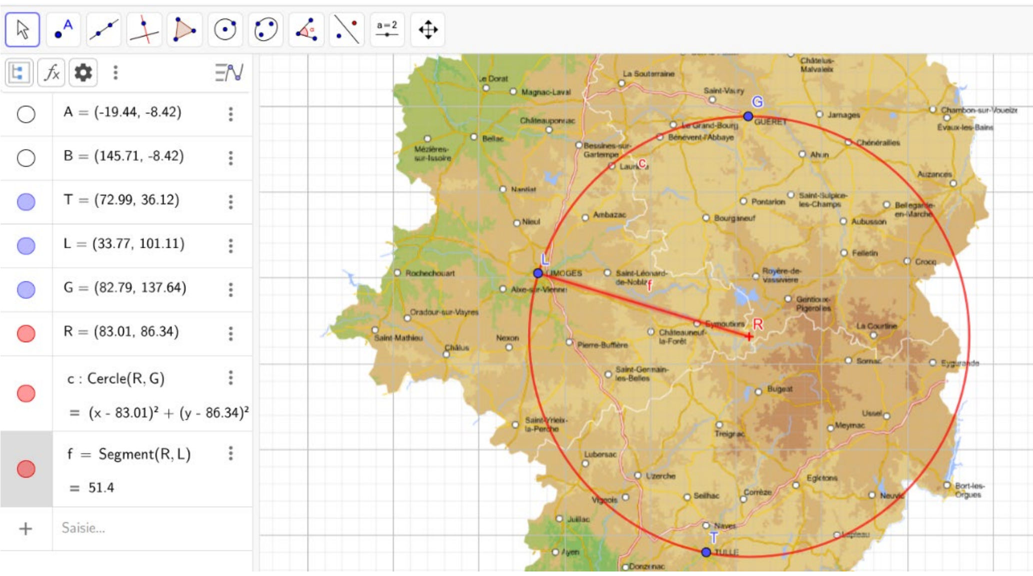
RG = 51,22 km

RT = 51,27 km

avec une échelle de
40 unités pour 40 km



On peut aussi construire un cercle avec un point L et son centre R (ralliement). On déplace le point R jusqu'à obtenir le cercle passant par les 2 autres points G et T

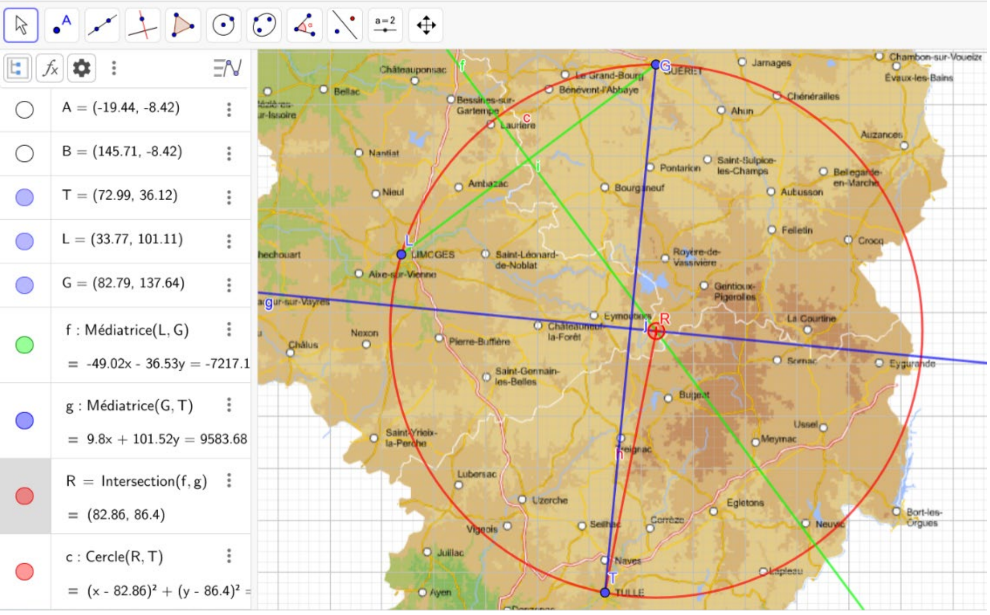


ICI : on trouve un rayon de cercle

RL = 51,4 unités ou km

Procédure experte avec propriétés géométriques :

On peut aussi construire les médiatrices de [LG] et de [GT] afin d'avoir l'ensemble des **points à égale distance** de L et G pour l'une et de G et T pour l'autre. L'intersection des 2 médiatrices permet d'avoir le point R équidistant des 3 points L, G et T . On peut tracer le segment [RT] pour mesurer cette longueur et vérifier en traçant le cercle de centre R de rayon RT



ICI : on trouve un rayon de cercle

RT = 51,24 unités ou km

SUR la CARTE PAPIER

Les mêmes constructions que sur géogébra sont possibles pour trouver le point de Ralliement

Ci-dessus la construction experte :

RT = 5,8cm

On utilise l'échelle pour calculer les longueurs réelles :

$$x = \frac{40 \times 5{,}8}{4{,}5} = 51{,}55\ldots \text{ km}$$

Donc une distance RT réelle de **51,6 km**

	échelle	RT
Longueur sur Carte en cm	**4.5**	**5,8**
Longueur en Réalité en km	**40**	x

b) La localisation du point de ralliement est :

À la frontière des départements (*1 seule croix*)

☒ 23- 87

ET

☒ Sur un cours d'eau

2. Un message bien énigmatique …

a) Décodez le message

La **clé** est « **AS** », pour décoder « **RVV** »

• on ajuste le coulisseau pour que le A du coulisseau (en clair) se trouve aligné avec la première lettre de la clé (Ici **A**) du stator (codé)

Il n'y a pas de décodage puisqu'un A codé vient d'un **A en clair** ; ICI le **R** codé vient d'un **R**

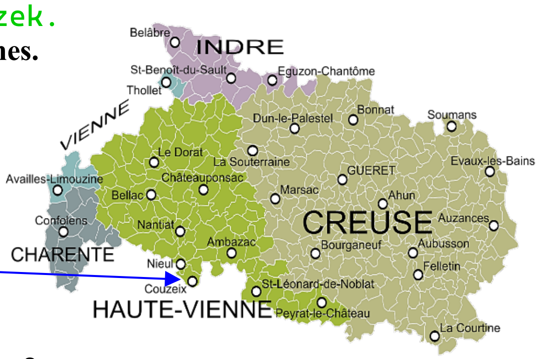
Comme la **clé AS** a 2 lettres, on reviendra sur le **A** de la clé **une lettre sur 2**
Donc en rang 3, le **V** codé vient d'un **V**

•Au rang 2 , on a un V codé et la lettre de la **clé est S**
on ajuste pour que le A du coulisseau se trouve aligné avec la seconde lettre de la clé S .
Un V (stator) vient d'un **D** (coulisseau)

• Pour les lettres codées de rang pair, il faudra aligner le A du coulisseau sur le **S** du stator.

Donc « **RVV** » vient du mot clair « **RDV** »

`RVV vafs da nidlw dw ls Msruhw Lamgukife da hlms hrgcze ve Dieoyek.`
RDV dans la ville de la Marche Limousine la plus proche de Limoges
`Vguk tjomvwrwz d'ekcslaej amx hlms foebjemsws eajczek.`
Vous trouverez l'escalier aux plus nombreuses marches.
`Cgmtiwn ve uajrws de uofsliluwnl ?`
Combien de carrés le composent ?



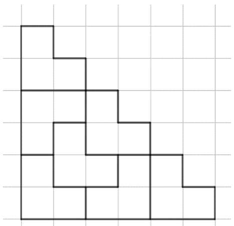
b) Précisez la ville du prochain lieu de la chasse au trésor

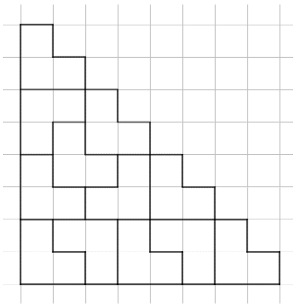
La ville la plus proche de Limoges et appartenant encore à la Marche Limousine est **COUZEIX**

2. L'escalier de triminos

a) Pavez un escalier de hauteur 6 avec des triminos coudés. En déduire un pavage avec des triminos coudés pour un escalier de hauteur 8.

Il n'y a qu'une façon de paver un escalier de hauteur 6. On en déduit le pavage d'un escalier de hauteur 8 en ajoutant au-dessous deux rectangles 2 x 3 partagés en deux triminos et en complétant par un trimino.

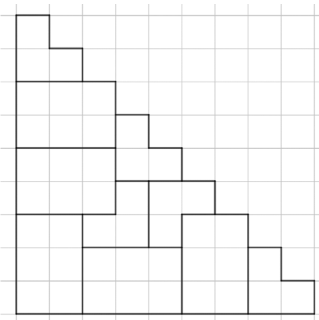


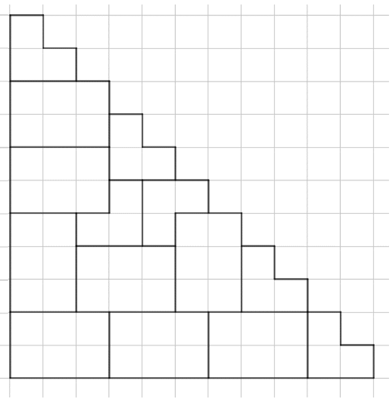


b) Pavez un escalier de hauteur 9 avec des triminos coudés. En déduire un pavage avec des triminos coudés pour un escalier de hauteur 11

Il y a plusieurs possibilités pour paver un escalier de hauteur 9.

A partir du pavage d'un escalier de hauteur 9 il suffit d'ajouter à la base trois rectangles 2x3 et un trimino pour obtenir le pavage d'un escalier de hauteur 11.





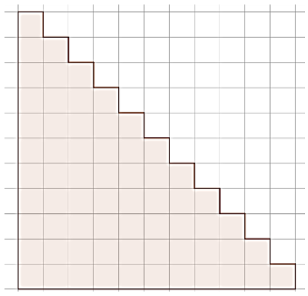
c) Est-il possible de paver les escaliers de hauteur 7 et 10 par des triminos coudés? *Préciser pourquoi*

Un escalier de hauteur 7 possède au total 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28 petits carrés. Comme 28 n'est pas un multiple de 3 on ne peut pas le paver par des triminos.

Un escalier de hauteur 10 possède au total 28 + 8 + 9 + 10 = 55 petits carrés. Comme 55 n'est pas un multiple de 3 on ne peut pas le paver par des triminos.

d) Répondez à la QUESTION codée du message secret :
« De combien de carrés est constitué l'escalier aux plus nombreuses marches? »

L'escalier « aux plus nombreuses marches » est celui de **hauteur 11**



Pour calculer son nombre de carrés il faut faire la somme :1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11
En regroupant (1+11)+(2+10) + (3+9)+(4+8)+(5+7)+ 6 = 5×12 + 6 = 66
Il y a 66 carrés dans l'escalier de hauteur 11

4. Un dallage CARRE pour l'année 2024!

a) **Préciser comment sont agencées ces dalles pour former ce grand dallage CARRE**

Procédure par ESSAIS :

En s'appuyant sur l'indication « 2024 est presque égal à un carré », on peut faire un premier essai en s'approchant du **nombre 2024** par des carrés d'un nombre : **44 × 44 = 1936 dalles** n'est pas assez grand, puis **45 × 45 = 2025 dalles**

→ *2025 c'est trop, puisque l'on ne veut que 2024 dalles*

Recherche par essais de décompositions multiplicatives : soit **44 × 45 = 1980 dalles** pas assez …
Ou encore **44 × 46 = 2024 dalles**

OU ***Déduction experte de 2024*** à partir de **2025 =45 × 45 = 45 ²**

2025 =2024 + 1 mais aussi **45 ² = 2024 + 1 ²** en passant 1² à gauche du signe =, on a **45 ² - 1 ² = 2024**
On reconnait une identité remarquable ***a² - b² = (a-b)(a+b)*** *avec* ***a = 45*** *et* ***b = 1***

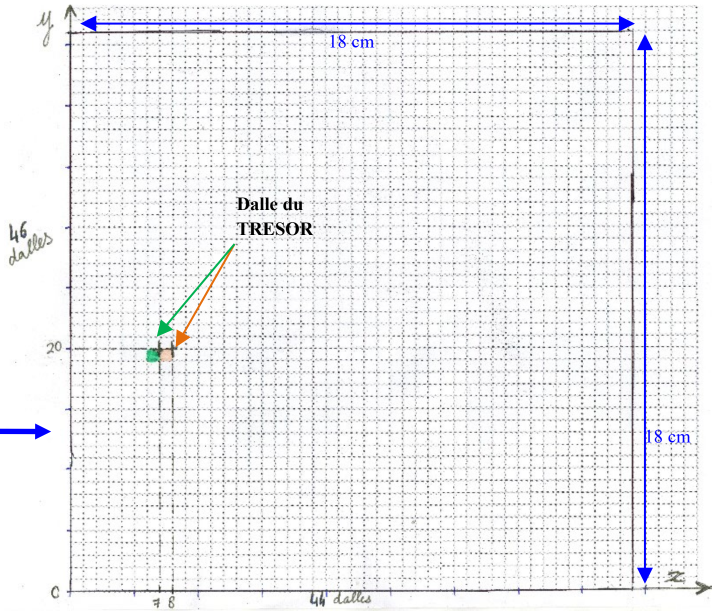
2024 = 45 ² - 1 ² = (45-1)(45+1) = 44× 46

→ Donc pour avoir **2024 dalles** dans un grand carré , il faut **44 dalles d'un côté** et **46 dalles de l'autre**

Comme les dalles sont rectangulaires et que l'on souhaite un grand carré de même côté 20,24 m, il faudra moins de dalles alignées par leur longueur et plus de dalles alignées par leur largeur
Sur le quadrillage proposé, on voit que les longeurs sont alignées sur l'horizontale et les largeurs sur la verticale

Ainsi il faudra 46 dalles sur le côté vertical et 44 dalles sur le côté horizontal

Vérification sur le quadrillage donné : on trouve bien un grand carré de côté **18 cm** sur le quadrillage →



b) **Préciser de quelles dimensions doivent être les dalles rectangulaires utilisées.**

L'assemblage de 2024 dalles doit former un carré de côté 20,24 m soit 2 024 cm
Notons **L** la longueur d'une dalle (horizontalement sur quadrillage)
On a le côté horizontal du carré qui doit correspondre à **L** x 44 = 2 024
De même, notons ℓ, la largeur d'une dalle (verticalement sur le quadrillage)

On a le coté vertical du carré qui doit correspondre à $\ell \times 46 = 2\,024$

Comme **2024 = 44 x 46** et $\ell \times 46$ = **L** × 44 = 2 024

On identifie ℓ et L : **44** × 46 = **46** ×44 **La dalle rectangulaire mesure 44 cm sur 46 cm**

5. LA FINALE : *exploitation des indices*

En Indice n°1 , vous avez obtenu la distance du point de ralliement à chacune des 3 capitales départementales : sur *géogebra* 51.24 ou 51,4 ≈ **51 km** **OU** *sur feuille :* **51,6 ≈ 52 km**

En indice n°2, vous avez trouvé le nombre de carrés formant l'escalier du message secret : **66 carrés**

En indice n°3, Les dimensions des dalles : **longueur 46 cm , largeur 44 cm**

Recherche du POINT du TRESOR de coordonnées :

Sur géogébra	*sur feuille*
x ième ; y ième	x ième ; y ième
(indice 1 – largeur dalle ; Indice 2 – longueur dalle)	**(indice 1 – largeur dalle ; Indice 2 – longueur dalle**
(51 – 44 ; 66 – 46)	**(52 – 44 ; 66 – 46)**
(7 ; 20)	**(8 ; 20)**

Voir POINT et DALLE TRESOR repérés sur quadrillage ci dessus